Министерство науки и высшего образования Российской Федерации ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»

> П.В. Булат С.Ю. Дудников П.Н. Кузнецов

## ОСНОВЫ АЭРОДИНАМИКИ БЕСПИЛОТНЫХ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ

Учебное пособие





Москва 2021

УДК 533.65.013.622(075.8) ББК 39.52-011я73 Б 90

> Авторы выражают благодарность Курнухину Антону Александровичу за помощь в написании данного учебного пособия

Рекомендовано ученым советом Института ядерной энергии и промышленности (протокол № 6 от 26.02.2021 г.), кафедрой «Проектирование беспилотных летательных аппаратов» (протокол № 2/21 от 01.02.2021 г.), кафедрой «Возобновляемые источники энергии и электрические системы и сети» (протокол № 3/21 от 16.02.2021г.) федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Севастопольский государственный университет» в качестве учебного пособия для обучающихся по направлениям подготовки 15.04.06 Мехатроника и робототехника, 05.14.08 Энергоустановки на основе возобновляемых видов энергии.

#### Репензент:

лидер (соруководитель) рабочей группы Национальной технологической инициативы «Аэронет», директор АНО «Аналитический центр «Аэронет», космонавт-испытатель, кандидат технических наук, президент общественного объединения «Московский космический клуб», действительный член Российской академии космонавтики им. К.Э. Циолковского.

Жуков Сергей Александрович

### Булат П.В., Дудников С.Ю., Кузнецов П.Н.

Б 90 Основы аэродинамики беспилотных воздушных судов: Учебное пособие. – М.: Издательство «Спутник +», 2021. – 273 с.

ISBN 978-5-9973-5885-3

В учебном пособии изложены основные аспекты аэродинамики беспилотных воздушных судов (БВС). Рассмотрены типы беспилотных авиационных систем и их компоновка, основные понятия теории крыла, методы аэродинамического анализа в приложении к задаче создания БВС с крылом малого удлинения и большими внутренними объемами, численные методы расчета (СFD) аэродинамики летательных аппаратов и основы работы реактивных двигателей.

Предназначена для обучающихся по направлениям подготовки 15.04.06 Мехатроника и робототехника, 05.14.08 Энергоустановки на основе возобновляемых видов энергии, а также инженеров и научных работников, специализирующихся в областях динамики полета и управления, проектирования беспилотных летательных аппаратов.

УДК 533.65.013.622(075.8) ББК 39.52-011я73

Отпечатано с готового оригинал-макета. ISBN 978-5-9973-5885-3

© Булат П.В., Дудников С.Ю., Кузнецов П.Н., 2021

## СОДЕРЖАНИЕ

Лекция 1. Основы аэродинамики беспилотных авиационных систем	5
Лекция 2. Беспилотные авиационные системы. Терминология	29
Лекция 3. Типы беспилотных авиационных систем и их компоновка	59
Лекция 4. Основы аэродинамики авиационного транспорта	99
Лекция 5. Основа реактивного движения – закон сохранения импульса	120
Лекция 6. Крыло, основные понятия	138
Лекция 7. Вихревая теория крыла	157
Лекция 8. Вихревая теория крыла малого удлинения	189
Лекция 9. Численные методы аэродинамики летательных аппаратов, и	танель-
ный метод и метод дискретных вихрей	219
Лекция 10. Вихревая аэродинамика крыла малого удлинения	246

## ЛЕКЦИЯ 1. ОСНОВЫ АЭРОДИНАМИКИ БЕСПИЛОТНЫХ АВИА-ЦИОННЫХ СИСТЕМ

## СОДЕРЖАНИЕ

#### ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

БАС – беспилотная авиационная система.

БВС – беспилотное воздушное судно.

БЛА – беспилотный летательный аппарат.

КВП – короткий взлет и посадка.

ЛА – летательный аппарат.

СВВП – самолет вертикального взлета и посадки.

a — скорость звука.

c — относительная толщина аэродинамического профиля, абсолютная скорость в треугольнике скоростей в лопаточной машине.

 $C_y$  – коэффициент подъемной силы крыла (летательного аппарата).

 $C_x$  – коэффициент лобового сопротивления крыла (летательного аппарата).

 $K = C_y / C_x$  – аэродинамическое качество.

 $K_{\rm v}$  – поправочный коэффициент на вихревое сопротивление.

l – характерный размер, например длина средней аэродинамической хорды крыла (CAX).

 $\mathbf{M} = u/a$  - число Maxa.

 ${f Re} = 
ho\,ul/\mu$  - число Рейнольдса, в безразмерном виде отношение сил инерции к силам вязкого трения.

u – скорость.

μ – кинематическая вязкость.

 $\rho$  – плотность.

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Вводная лекция посвящена актуальным задачам проектирования беспилотных летательных аппаратов следующего поколения, появления которых стоит ожидать в период с 2025 г. по 2035 г.

Одной из них является концептуальное аэродинамическое проектирование летательных аппаратов с коротким взлетом и посадкой, имеющих на крейсерском участке полета технико-экономические характеристики не хуже, чем у традиционных воздушных судов, базирующихся на аэродромах с длинными взлетно-посадочными полосами.

Одной из основных стратегий научно-технического развития страны до 2035 г. является Национальная Технологическая Инициатива [1], предусматривающая развитие рынка "Аэронет" [2] - рынка разработки и производства беспилотных летательных аппаратов (БЛА). Термин БЛА считается устаревшим, по ГОСТ Р 56122-2014 для воздушного транспорта применяется термин беспилотное воздушное судно (БВС).

В соответствии с утвержденной дорожной картой [3] перспективными сегментами рынка "Аэронет" являются транспортные перевозки, контроль и мониторинг обстановки, а также поиск и спасение людей.

Прогнозируется появление большого числа проектов летательных аппаратов (ЛА) с нетрадиционной аэродинамической формой. В результате, огромный массив накопленных данных экспериментальных, аналитических и расчетных исследований традиционных ЛА, состоящих из веретенообразного фюзеляжа, крыльев, горизонтального и вертикального оперения, в значительной мере обесценивается.

Ожидается также, что ЛА будут более механизированными, будут использовать большее количество органов управления и энергетические методы управления аэродинамическими силами. Традиционный подход, сложившийся в последние 15-20 лет, основанный на оптимизации аэродинамики с помощью численных методов (Computer Fluide Dynamics, CFD), в данном случае при отсутствии накопленных ранее баз данных, ведет к неприемлемо большим затратам времени. Следовательно, актуальными задачами являются: разработка технологий быстрого аэродинамического проектирования и параметрического анализа для необычных аэродинамических компоновок.

Вводная лекция посвящена обзору и анализу современных подходов к концептуальному проектированию беспилотных летательных аппаратов укороченного взлета и посадки (КВП), в том числе транспортных, спасателей и т.п. Изложение идеологически следует, в целом, классическим трудам Кюхемана (Küchemann) [4], Фландро (Flandro) [5], Дрелы (Drela) [6], Воробьева [7] и С.М.Белоцерковского [8].

#### 1 Самые необходимые сведения по аэродинамике

#### 1.1 Летательный аппарат и воздушная среда

#### 1.1.1 Геометрия ЛА и его положение в воздухе

Пространственное положение беспилотного летательного аппарата относительно вектора скорости задается двумя углами:  $\alpha$  – угол атаки,  $\beta$  – угол скольжения (puc.1).

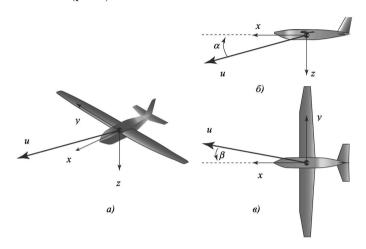


Рисунок 1 — Система координат ЛА (а), где u — скорость,  $\alpha$  — угол атаки, (б),  $\beta$  — угол скольжения (в)

Международная система координат: x — координата, направленная вдоль хорды крыла, y — координата, направленная вдоль размаха крыла, z — координата, перпендикулярная поверхности крыла.

В СССР и России принято вдоль крыла располагать ось z, а перпендикулярно его поверхности ось y. Соответственно, отличаются и обозначения сил и моментов, действующих на БЛА. Международные обозначения: L – подъемная сила  $(lift),\ D$  – сила сопротивления (drag). Отечественные обозначения:  $F_y$  или Y – подъемная сила,  $F_x$  или X – сила сопротивления движению.

#### 1.1.2 Параметры воздушного потока

Течение газа принято характеризовать безразмерными числами:

- **M** = u/a число **M**аха (безразмерная скорость), где  $a = (\gamma \mathbf{R} T)^{\frac{1}{2}}$  скорость звука;
- у показатель адиабаты (отношение теплоемкости при постоянном давлении к теплоемкости при постоянном объеме, для воздуха - 1.41);
  - T температура;
- ${\bf R}$  универсальная газовая постоянная (для воздуха  $287.05~{\rm B}$  системе СИ);
- ${\bf Re}=\rho ul/\mu$  число Рейнольдса (в безразмерном виде отношение сил инерции к силам вязкого трения), где  $\rho$  плотность, l характерный размер, например длина средней аэродинамической хорды крыла (CAX),  $\mu$  кинематическая вязкость, которая может быть вычислена по формуле Сатерленда (Sutherland)

$$\mu = 0.00001716 \left( \frac{T}{273.1} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{383.7}{T + 110.6} \ . \tag{1}$$

#### 1.2 Силы, действующие на летательный аппарат

#### 1.2.1 Силы в безразмерной форме

Все силы F, действующие на БЛА в полете, складываются из силы трения  $F_f$  и силы давления  $F_p$ .

В векторной форме можно записать (см. пояснения на рис.2)

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{p} + \mathbf{F}_{f}, \ \mathbf{F}_{p} = \oiint (p_{\infty} - p_{w}) ds, \ \mathbf{F}_{f} = \oiint \mathbf{\tau}_{w} ds, \tag{2}$$

где  $p_{\infty}$  – давление невозмущенного потока на бесконечности,  $p_w$  – давление на элементе поверхности БЛА,  $\tau_w$  – вектор напряжений вязкого трения на элементе поверхности БЛА.

В безразмерном виде аэродинамические характеристики принято выражать через коэффициент подъёмной силы  $C_y$  и коэффициент сопротивления  $C_x$ . Тогда сила сопротивления определяется выражением  $F_x = C_x$  S  $\rho u^2/2$ , а подъемная сила  $-F_y = C_y$  S  $\rho u^2/2$ . Аналогично записываются силы давления  $F_p = C_p$   $\rho u^2/2$  u силы трения  $F_f = C_f$  S  $\rho u^2/2$ . Величина  $K = C_y/C_x$  называется аэродинамическим качеством и определяет то, насколько совершенен ЛА с аэродинамической точки зрения.

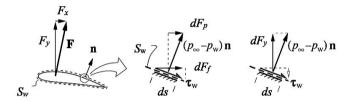


Рисунок 2 — Силы, действующее на участок ds поверхности ЛА, общей площадью  $S_w$ :  $\mathbf{n}$  — единичный вектор нормальный к элементу поверхности ds,  $\mathbf{F}$  — суммарный вектор всех сил, действующих на ЛА,  $F_y$  — подъемная сила,  $F_x$  — сила сопротивления,  $dF_y$  — подъемная сила, действующая на элемент ds,  $dF_p$  — сила давления, действующая на элемент ds

### 1.2.2 Сила трения, ламинарное и турбулентное течение

Сопротивление трения зависит от характера течения, которое может быть ламинарным (гладким) или турбулентным (вихревым). Так, экспериментальные формулы для трения на поверхности пластины, полученные Блазиусом (Blasius):  $C_{fl} = 1.328 \, \mathrm{Re}^{1/2}$  для ламинарного течения и  $C_{fl} = 0.455/(\lg \mathrm{Re})^{2.58}$  для турбулентного течения дают существенно большее значение  $C_{fl}$ , чем  $C_{fl}$ . На рис. 3 приведены результаты сравнения эмпирических данных, полученных Блазиусом и Шлихтингом (Schlichting) с экспериментом Остерлунда (Osterlund).

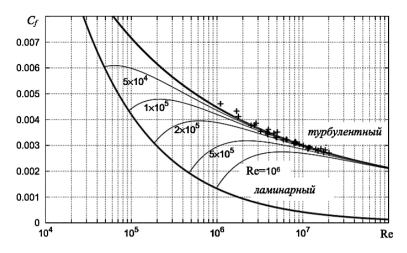


Рисунок 3 – Коэффициент вязкого трения + – эксперимент Остерлурнда [9], в безразмерном виде

Тонкими линиями показаны найденные Шлихтингом [10] моменты перехода от ламинарного течения к турбулентному. Типичные числа Re для различных размеров летательных аппаратов приведены в табл.1.

Таблица 1 - Типичные числа Re для ЛА различной размерности [11]

Число Re*	Объект и его размерность
$10^5 \div 3 \times 10^5$	Малые БЛА и спортивные авиамодели
2 x 10 <sup>5</sup> ÷6 x 10 <sup>5</sup>	Малые тактические БЛА и большие масштабные модели ЛА
$6 \times 10^5 \div 3 \times 10^6$	Тактические БЛА и пилотируемые планеры
2 x 10 <sup>6</sup> ÷8 x 10 <sup>6</sup>	Большие БЛА и авиация общего назначения
5 x 10 <sup>6</sup> ÷2 x 10 <sup>6</sup>	Большие и стратегические БЛА, пилотируемые самолеты
*) вычисляется по дл	ине средней аэродинамической хорды крыла (САХ)

На рис. 4 приведены экспериментальные данные по  $C_f$  для летательных аппаратов (ЛА) различной размерности. Видно, что коэффициент трения падает с ростом Re и размером ЛА.

Число  ${\bf Re}$  может служить критерием границы, отделяющей летающих роботов (дронов) от беспилотной авиации. Это диапазон 6 х  $10^5 \div 3$  х  $10^6$ . Выше этих чисел пограничные слои можно считать тонкими.

Рисунок 4 наглядно показывает отличие малых дронов от большой авиации. У них значительно больше коэффициент трения  $C_f$ .

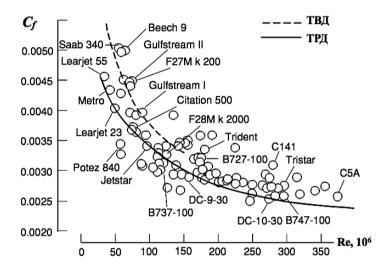
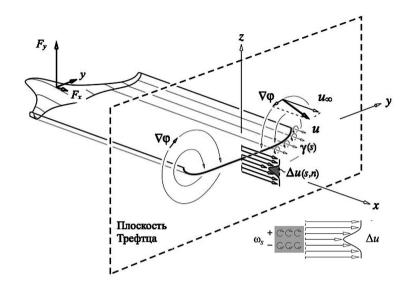


Рисунок 4 — Экспериментальные данные [12] по зависимости коэффициента силы трения  $C_f$  от числа  $\mathbf{Re}$ , вычисленного по параметру  $S_w/b_0$ , где  $S_w$  — площадь омываемой поверхности, TBД — самолёты с турбовинтовыми двигателями, TPД — самолёты с турбореактивными двигателями

Величину  ${\bf Re} = 6 \ {\bf x} \ 10^5$  можно считать границей между дронами и беспилотной авиаций.

#### 1.2.3 Подъемная сила и связанное с ним индуктивное сопротивление

При обтекании крыла потенциальным потоком, под воздействием сходящих с задней кромки крыла продольных вихрей  $\gamma$ , за крылом будет образовываться скос потока вниз (рис.5) с вертикальной составляющей вектора скорости  $u_z$ .



s — направление вдоль поперечных вихрей,  $\omega_s$  — поперечные вихри,  $\gamma(s)$  Рисунок 5 — Образование аэродинамических сил в результате сворачивания вихревой пелены ЛА

Соответственно, горизонтальная составляющая  $u_x$  будет меньше скорости  $u_\infty$  в невозмущенном потоке. Это, согласно закону сохранения импульса, будет означать образование подъёмной силы  $F_y$  и связанной с ней силы сопротивления  $F_{xi}$ , которая называется силой индуктивного сопротивления. Индуктивное сопротивление зависит от удлинения крыла  $\lambda = l^2/S$ , где S — площадь крыла, l — размах крыла. Полная сила сопротивления складывается из сопротивления трения и индуктивного сопротивления  $C_x = C_f + C_{xi}$ .

Существует не только потенциальная составляющая подъемной силы, возникающая при безотрывном обтекании профилей крыла, но и вихревая составляющая. Для учета этого в прикидочных расчетах используют полуэмпирическую формулу, связывающую коэффициент индуктивного сопротивления  $C_{xi}$  и коэффициент подъемной силы  $C_y$ , в которой вводится поправочный эмпирический коэффициент на вихревое сопротивление  $K_V$ 

$$C_{xi} = \frac{1}{\pi \lambda} K_V C_y^2. \tag{3}$$

Для современных самолетов с традиционным крылом большого удлинения  $K_V$  полагают равным от 1 до 1.2. Для крыльев малого удлинения, у которых присутствует постоянный сход вихрей с передней кромки,  $K_V$  = 1.5. Помимо вихревого сопротивления существует и вихревая подъемная сила, которая будет подробно рассмотрена в дальнейшем.

#### 1.3 Аэродинамическое качество и оптимальное удлинение крыла

С учетом (3), и определения аэродинамического качества  $K = C_y/C_x$ , можно ввести понятие максимального аэродинамического качества:

$$K_{\text{max}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi \lambda / K_V}{C_f}} \,. \tag{4}$$

Из уравнения (4) видно, что оптимальное удлинение крыла определяется заданным максимальным аэродинамическим качеством

$$\lambda = \frac{4}{\pi} K_{\text{max}}^2 K_V C_f, \tag{5}$$

следовательно, из (4) и (5) можно сделать вывод, что для современных традиционных магистральных ЛА с типичными параметрами  $K_{\rm max} > 16$ ,  $C_f = 0.02$ ,  $K_V = 1.2$  удлинение крыла должно быть больше 7.

В работе [13] в результате обработки большого числа экспериментальных данных получена эмпирическая формула  $K_{\rm max} = 5(Z-1.1)+12.5$ , где  $Z = ({\rm CAX}^{1/6}\ l^2/S_w)$  — комплексный параметр, описывающий форму ЛА,  $S_w$  — площадь омываемой воздухом поверхности ЛА. Формула справедлива, как для классической компоновки, так и для ЛА, построенных по схеме летающего крыла.

Из этой формулы можно сделать непосредственный вывод, что при равном удлинении крыла максимальное аэродинамическое качество будет

выше у ЛА "летающее крыло", т.к., при равных размерности и объеме, летающее крыло имеет меньшую площадь поверхности  $S_w$ .

Рассмотренный выше простейший анализ указывает на причину того, что большинство БЛА, предназначенных для дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ), контроля, наблюдения и мониторинга, выполняются по аэродинамической схеме «летающее крыло». Однако, как мы увидим в дальнейшем, учет полезной нагрузки, дальности полета и взлетно-посадочных характеристик может приводить к иным выводам.

#### 2 Уравнения движения БЛА как основа проектирования

Проектирование ЛА обычно ведется для заданной массы полезной нагрузки, дальности полета и скорости полета. Оптимизируемыми параметрами являются: удельный расход топлива и относительная доля веса полезной нагрузки. Методика выбора проектных параметров подробно описана в классическом труде [14] Кюхемана (Küchemann).

#### 2.1 Дальность

Уравнение движения БЛА запишется в виде

$$\frac{W}{q}\frac{du}{dt} = \frac{W}{2q}\frac{du^2}{ds} = F_p - F_x - W\frac{dh}{ds},\tag{6}$$

где W — вес БЛА, u — скорость, g — ускорение свободного падения  $(9,8 \text{ м/c}^2)$ , t — время полета, s — пройденный путь вдоль траектории,  $F_p$  — сила тяги двигателя,  $F_x$  — сила сопротивления движению, h — высота полета над поверхностью земли. На крейсерском режиме полета  $F_p = F_x$ , тогда из (6) следует  $F_y = W_0 - W_F(t)$ , где  $W_0$  — взлетный вес БЛА,  $W_F(t)$  — вес топлива,  $F_y$  — подъемная сила, нормальная к траектории.

Если предположить, что вся энергия, которая выделяется при сгорании топлива, тратится на совершение работы по преодолению сопротивления воздуха, то, приравняв располагаемую энергию совершаемой работе, получим

$$\frac{W - W_F(t)}{F_x / F_y} \frac{dR}{dt} = q_F \eta_p \frac{dW_F}{dt}, \qquad (7)$$

где R — дальность полета,  $q_F$  — удельная теплотворная способность топлива,  $\eta_p$  — коэффициент полезного действия силовой установки.

Проинтегрировав (7) по t, получим уравнение

$$R = q_F \eta_p \frac{F_y}{F_x} \ln \frac{W}{W - W_F} = q_F \eta_p \frac{F_y}{F_x} \ln \frac{1}{1 - \frac{W_F}{W}}.$$
 (8)

#### 2.2 Запас топлива

Удельный запас топлива для полета на дальность R получим из (8)

$$\frac{W_F}{W} = 1 - \exp\left(-\frac{R}{q_F \eta_p F_y / F_x}\right) \simeq \frac{R}{q_F \eta_p F_y / F_x}.$$
 (9)

Приближенное значение в формуле (9) может быть использовано для малых дальностей (порядка нескольких сотен км), когда доля топлива в полном весе БЛА может считаться незначительной. Точное соотношение в (9) справедливо для любых дальностей.

#### 2.3 Масса полезной нагрузки

В первом приближении можно считать, что полный вес БЛА, построенного по традиционной аэродинамической схеме (веретенообразный фюзеляж, крыло большого удлинения и хвостовое оперение), описывается формулой  $W = c_w W + c_p W_p + W_E + W_F$ , где  $c_w$  – коэффициент, определяющий долю элементов БЛА, вес которых может считаться пропорциональным общему весу БЛА (вес крыла, оборудования, резерв топлива),  $c_p$  – коэффи-

циент, определяющий долю элементов БЛА, вес которых пропорционален весу полезной нагрузки  $W_p$ ,  $W_E$  – вес силовой установки.

Коэффициенты  $c_W$ ,  $c_p$  — определяют уровень конструктивного совершенства БЛА. Для классических ЛА их принимают на уровне  $c_W$  = 0.25 — 0.35,  $c_p$  = 2 — 2.5. Тогда для полезной нагрузки можно записать уравнение

$$\frac{W_{p}}{W} = \frac{1}{c_{p}} \left( 1 - c_{w} - \frac{W_{E}}{W} - \frac{W_{F}}{W} \right) \simeq \frac{1}{c_{p}} \left( 1 - c_{w} - \frac{W_{E}}{W} - \frac{R}{q_{F} \eta_{p} F_{y} / F_{x}} \right). \tag{10}$$

#### 3 Оптимальная аэродинамика для самолётов с крылом большого и малого удлинения

## 3.1 Оптимальное аэродинамическое качество БЛА с большим удлинением крыла

Взяв производную от уравнения (10) и приравняв её нулю, можно найти значения проектных параметров, обеспечивающих максимум  $W_p/W$ . Однако не всегда требуется иметь максимум полезной нагрузки. Иногда нужен минимум расхода топлива.

Очевидно, что для транспортного БЛА полет происходит необязательно при максимальном аэродинамическом качестве, например, на взлете и посадке главное - большая подъемная сила, а K может быть меньше максимального.

Рассмотрим полет ЛА классической компоновки на крейсерском режиме, т.е. взлетом и посадкой пренебрегаем. Под классической компоновкой будем понимать, ЛА, состоящий из веретенообразного фюзеляжа, стреловидного крыла с большим удлинением и хвостовым вертикальным и горизонтальным оперением. Введем параметр  $n = K/K_{\rm max}$ , определяющий отношение текущего аэродинамического качества к максимально возможному. Тогда из уравнения (9) можно записать выражение для веса топлива

$$\frac{W_f}{W} = 1 - \exp\left(-\frac{R}{q_F \eta_p n K_{\text{max}}}\right),\tag{11}$$

откуда видно, что расход топлива и, соответственно, его относительный запас на борту будет минимальным при n=1, т.е. с этой точки зрения крейсерский полет должен выполняться при максимально возможном аэродинамическом качестве.

Рассмотрим теперь вес двигателя. В крейсерском полете выполняются условия  $F_p = F_x$  и  $F_y = W$ . Можно считать, что тяга двигателя пропорциональна скоростному напору  $F_p = c_E \, \rho u^2/2$ , тогда в безразмерном виде, с учетом (11), можно записать

$$\frac{W_E}{W} = c_E \frac{C_y}{nK_{\text{max}} \frac{W}{S}} = 2c_E \frac{C_f \left(1 - \sqrt{1 - n^2}\right)}{n^2 \frac{W}{S}}.$$
 (12)

Подставляя (11-12) в (10), получим выражение для относительной полезной нагрузки

$$\frac{W_{p}}{W} = -\frac{c_{w}}{c_{p}} - 2\frac{c_{E}}{c_{p}}C_{f}\frac{1}{W/S}\frac{\left(1 - \sqrt{(1 - n^{2})}\right)}{n^{2}} + \frac{1}{c_{p}}\exp\left(-\frac{R}{q_{F}\eta_{p}nK_{\max}}\right). \tag{13}$$

Величина W/S, входящая в (12-13), называется удельной нагрузкой на крыло. Видно, что чем больше удельная нагрузка на крыло и меньше сопротивление трения, тем легче двигатель и больше полезная нагрузка. Однако в (12-13) параметр n входит и в числитель, и в знаменатель, поэтому должно существовать оптимальное значение n.

Для того, чтобы найти максимум полезной нагрузки следует продифференцировать (13) и приравнять результат нулю

$$2c_{E}C_{f}\frac{1}{W/S}\frac{\left(1-\sqrt{(1-n^{2})}\right)}{n^{2}\sqrt{(1-n^{2})}} = \frac{R}{q_{F}\eta_{p}nK_{\max}}\exp\left(-\frac{R}{q_{F}\eta_{p}nK_{\max}}\right). \tag{14}$$

На рис.6 приведены некоторые результаты расчетов при типичных значениях критерия совершенства ЛА  $\eta_p K_{\rm max} = 3 \div 5$ . Анализируя эти данные, можно сделать вывод, что для дальностей 300-800 км, K в крейсерском полете должно быть порядка  $0.6 \div 0.8 K_{\rm max}$ , а  $C_y$  – порядка  $0.25 \div 0.5$  от максимального.

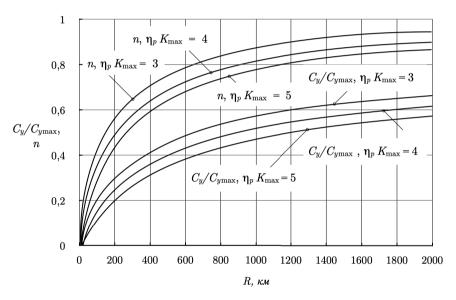


Рисунок 6 — Результаты расчетов оптимальных значений  $n=K/K_{\rm max}$  и  $C_y/C_{y\,{\rm max}}$  при типичных значениях критерия совершенства ЛА  $\eta_p\ K_{\rm max}=3,$  4, 5 (отмечены на графиках)

Таким образом, потенциал высокого  $K_{\rm max}$  у транспортного регионального ЛА с небольшой дальностью полёта не реализуется. Если доля полезной нагрузки мала, то оптимальным является полёт с  $K = K_{\rm max}$ . Это характерно, например, для задач дистанционного зондирования земли, когда масса

аппаратуры небольшая, а продолжительность полета значительная, поэтому соответствующие БЛА похожи на планеры.

Если же велика доля полезной нагрузки, как у транспортного БЛА, то нужно решать уравнение (14) и искать оптимальное значение  $K_{\rm max}$ .

## 3.2 Оптимальное аэродинамическое качество БЛА с малым удлинением крыла

Особенности треугольного крыла с малым удлинением позволяют сделать его конструкцию легкой, увеличить его площадь и внутренний объем. Дельтавидное крыло за счет длинной корневой хорды  $b_0$  само по себе имеет большую строительную высоту H, что позволят разместить в нём объемные топливные баки, но если ЛА выполнить по аэродинамической схеме "летающее крыло", то строительная высота будет еще больше, а за счет меньшей омываемой поверхности сила поверхностного трения уменьшится и будет получена дополнительная экономия в расходе топлива.

На это обратил внимание еще в 1949 г. Черановский, который в рамках работы над проектом сверхзвукового самолета, построенного по схеме "бесхвостка", исследовал планеры с крылом малого удлинения (рис.7).

Результаты показали, что толстое треугольное крыло имеет невысокое значение  $C_{y\,\mathrm{max}}$ , что серьезно ухудшает взлетно-посадочные характеристики, вынуждает увеличивать площадь крыла и угол атаки на взлете и посадке.

На малых дальностях, как видно из рис.6, полеты классических ЛА выполняются с  $K < K_{\rm max}$ , поэтому невысокое значение  $K_{\rm max}$  у дельтавидного крыла малого удлинения может быть несущественным недостатком, компенсируемым компоновочными преимуществами.



Рисунок 7 – Проект планера Черановского с крылом малого удлинения

Выполним весовой анализ самолета с крылом малого удлинения.

Анализ отличается от выполненного для классической схемы тем, что вклад в общий вес ЛА относительно большого по объему крыла уже не может считаться частью слагаемого  $c_W W$ , как в (10).

Предположим, что движение самолета по траектории, в том числе, при взлете и посадке, является квазистационарным, т.е.  $F_y = W$ , а кривизной траектории можно пренебречь. Тогда уравнение движения можно записать в виде

$$\frac{ds}{dh} = u\frac{dh}{dt} = \frac{\frac{d}{dh}\left(h + \frac{u^2}{2g}\right)}{\frac{F_p}{W} - \frac{1}{K}}.$$
(15)

Как было показано в работе Кюхемана и Вебера [15], для дельтавидного крыла малого удлинения учесть отличие удельного веса грузового отсека от удельного веса консолей, заполненных топливом, можно с помощью формулы

$$W_{w} = v_{p} W_{p} \left( v_{b} - v_{w} \right) \frac{W_{p}}{W} + 1.1 \frac{v_{W}}{W/S}. \tag{16}$$

В формуле (16)  $\upsilon_p$  — удельный вес отсека полезной нагрузки,  $\upsilon_b$  — удельный вес конструкции фюзеляжа,  $\upsilon_W$  — удельный вес конструкции крыла. Вес топлива для малых дальностей может быть найден из уравнения (9)

$$\frac{W_F}{W} = \frac{R}{q_F \eta_p F_y / F_x} = \frac{2R}{q_F \eta_p n} \sqrt{\frac{C_f K_V}{\pi \lambda}}.$$
 (17)

Будем считать, что  $W_E = \upsilon_E F_p$ , т.е. вес силовой установки пропорционален её тяге, где  $\upsilon_E$  – удельный вес силовой установки. Тогда уравнение (13) для веса полезной нагрузки с учетом (15 – 17) может быть переписано в виде

$$\frac{W_{p}}{W} = \frac{1}{1.5 + v_{p}(v_{b} - v_{w})} \left( 0.8 - 1.1 \frac{v_{w}}{W / S - v_{E}F_{p}} - \frac{2R}{q_{F}\eta_{p}n} \sqrt{\frac{C_{f}K_{V}}{\pi\lambda}} \right). \tag{18}$$

Заметим, что в уравнении (18) n входит только в последний член, следовательно, для достижения максимально возможной полезной нагрузки полет необходимо выполнять с максимальным аэродинамическим качеством.  $F_p/W$  для вертикального взлета и посадки должно быть больше единицы, при коротком взлете и посадке можно использовать формулу [16] Ли (Lee)

$$\frac{F_p}{W} = \frac{1}{2}\vartheta + \sqrt{f\frac{W}{S}\frac{K}{\lambda}},\tag{19}$$

где  $\vartheta$  — угол тангажа (угол наклона траектории), f — фактор, линейно зависящий от длины взлетно-посадочной полосы. При вертикальном взлете и посадке f=1, при длине полосы  $1400~{\rm M}-f=0.1$ .

Для нахождения оптимальных аэродинамических параметров, с учетом того, что n=1, удобно переписать последний уравнение (18) в виде

$$\frac{W_p}{W} = \frac{1}{1.5 + v_p(v_b - v_w)} \left( 0.8 - 1.1 \frac{v_w}{W/S - v_E F_p} - \frac{R}{q_F \eta_p} \left( \frac{C_f}{C_y} + \frac{C_y K_V}{\pi \lambda} \right) \right). \tag{20}$$

Уравнение (20) позволяет исследовать зависимость относительной массы полезной нагрузки от основных конструктивных и аэродинамических характеристик БЛА, а также тактико-технических требований - дальности и взлетно-посадочных характеристик.

#### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Весовой анализ показывает, что высокое крейсерское аэродинамическое качество БЛА, построенных по классической схеме, реализуется только в полетах с малой относительной долей полезных нагрузок, например, при дистанционном зондировании земли или патрулировании. При выполнении транспортных задач оптимальным будет полет с аэродинамическим качеством, существенно меньше максимального.

Спроектировать транспортный БЛА, рассчитанный на малую (менее 800 км) дальность, по схеме классического самолета достаточно трудно. Требуется большое удлинение крыла и при этом объемный фюзеляж для размещения груза. Доля взлетно-посадочных режимов в расходе топлива существенно больше, чем у магистрального самолета, следовательно, силовая установка также должна быть относительно тяжелой. Требование вертикального или укороченного взлета и посадки только усугубляет положение. Большой размах крыла серьезно затрудняет посадку на ограниченные площадки.

Весовой анализ для БЛА, построенного по схеме с треугольным крылом малого удлинения, показывает, что на малых дальностях такой БЛА будет лететь с максимально возможным аэродинамическим качеством. Максимальное аэродинамическое качество БЛА с треугольным крылом малого удлинения меньше, чем у классического ЛА, но крейсерский полет при вы-

полнении транспортных задач они выполняют при примерной одинаковом крейсерском аэродинамическом качестве, т.е. расход топлива у них будет примерно одинаковым. При этом ЛА с дельтавидным крылом будет иметь существенно меньшие размеры, вес и стоимость. Для обеспечения возможности перевозок типовых авиационных грузов внутренние объемы БЛА должны быть увеличены, что приводит к схеме с толстым треугольным крылом.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Национальная технологическая инициатива [Электронный ресурс] Режим доступа: http://nti.one/nti/, свободный. Яз. рус. (Дата обращения 16.06.2017).
- 2 Аэронет 2017 Мы все еще верим в НТИ, и ждем от власти конкретных действий [Электронный ресурс] Режим доступа: http://aerbas.ru/news/2017\_06\_15\_aeronet\_2017\_-my\_vse\_eshche\_verim\_v\_nti, свободный. Яз. рус. (Дата обращения 16.06.2017).
- 3 AeroNet. Описание, цели, ключевые сегменты рынка [Электронный ресурс] Режим доступа: http://nti.one/markets/aeronet, свободный. Яз. рус. (Дата обращения 16.06.2017).
- 4 Kuüchemann D. The Aerodynamic Design of Aircraft./ Joseph A. Schetz, Editor-in-Chief. AlAA EDUCATION SERIES. Virginia Polytechnic Institute and State University Blacksburg, Virginia, 2012, 555 p. ISBN 978-1-60086-922-8.
- 5 Flandro G. A., McMahon H.M., Roach R.L. Basic Aerodynamics. Incompressible Flow. Cambridge University Press, 2012, p.- 417. ISBN 978-0-521-80582-7.
- 6 Drela M. Flight Vehicle Aerodynamics. The MIT Press. Cambridge, Massachusetts London, England. 279 p. ISBN 978-0-262-52644-9.
- 7 Воробьев Н.Ф. Аэродинамика несущих поверхностей в установившемся потоке. Новосибирск: Наука, 1985, 235 с.
- 8 Белоцерковский С.М. Тонкая несущая поверхность в дозвуковом потоке газа. М.:Наука, 1965, 244 с.
- 9 Jens Osterlund. Experimental studies of zero pressure-gradient turbulent boundary-layer flow. Technical report, KTH, Stockholm, Sweden, Dec 1999.
  - 10 H. Schlichting. Boundary-Layer Theory. McGraw-Hill, New York, 1979.
- 11 Joseph A. Schetz. Designing Unmanned Aircraft Systems: A Comprehensive Approach. AIAA EDUCATION SERIES. Aurora Flight Sciences Manassas, Virginia, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc. 1801 Alexander Bell Drive, Reston, Virginia 20191-4344. 785 p.
- 12 Es,G.W.H.van, "Rapid Estimation of the Zero-Lift Drag Coefficient of Transport Aircraft", Journal of Aircraft, Vol. 39, pp. 597–599, July–August 2002.
- 13 Bolsunovsky A.L., N.P. Buzoverya B.I. Gurevich V.E. Denisov, and O.V. Sonin, "Flying-Wing: Problems and Decisions", Innovative Configurations and Advanced Concepts for Future Civil Aircraft, von Kármán Institute for Fluid Dynamics, Lecture Series 2005-06, June, 2005.

<sup>14</sup> Кюхеман Д. Аэродинамическое проектирование самолетов. Пер. с анг./Пер. Н.А.Благовещенский, Г.И.Майкапара. - М.:Машиностроение, 1983,-656 с.

<sup>15</sup> Küchemann D., Weber J. Ananalysis of some performance aspects of various types of aircraft designed to fly over different ranges at different speeds. PiAS 9, 329, 1968. RAE TR 66188, 1966.

<sup>16</sup> Lee G.H. Possibilities of cost-reduction with allwing aircraft. J.R. Ae S 69. 744, 1965.

# **ЛЕКЦИЯ 2. БЕСПИЛОТНЫЕ АВИАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ. ТЕРМИНОЛОГИЯ**

## СОДЕРЖАНИЕ

1 Основные понятия, термины и определения	33
1.1 Область применения	33
1.2 Системы, комплексы, элементы	33
1.3 Беспилотные воздушные суда и авиационные системы	35
2 Классификация	38
2.1 Классификация по функциональному назначению и видам онных работ	
2.1.1 Транспортные работы	39
2.1.2 Авиационные работы по оказанию медицинской по проведению санитарных мероприятий	
2.1.3 Авиационные монтажные и буксировочные работы	39
2.1.4 Авиационное распределение веществ и биологически тов	
2.1.5 Воздушные съемочные работы	39
2.1.6 Воздушное наблюдение	39
2.1.7 Воздушное патрулирование	40
2.1.8 Сопровождение объектов	40
2.1.9 Авиационное обеспечение связи	40
2.1.10 Летные проверки	41
2.1.11 Поисковые, поисково-спасательные работы	41
2.1.12 Исследовательские и экспериментальные работы	41
2.1.13 Универсальные и многоцелевые БАС	41
2.1.14 Прочие виды авиационных работ	41
2.2 Классификация БАС по типу используемого воздушного поства	
2.3 Классификация БВС по типу несущей системы	41
2.3.1 По типу несущей системы в горизонтальном полете	41
2.3.2 По типу несущей системы на взлете и посадке	42
2.4 Классификация БВС по типу силовой установки	44
2.4.1 Классификация по типу движителя	44
2.4.2 Классификация по типу источника энергии на борту	44

2.4.3 Классификация БВС по структурно-функциональной органи- зации силовой установки45
2.5 Классификация БАС по типу системы управления45
2.6 Классификация БВС по направлению, типу и условиям взлета46
2.7 Классификация БВС по направлению, типу и условиям посадки .47
2.8 Классификация БАС по типу структурно-функциональной органи- зации
2.9 Классификация БАС по радиусу действия, дальности и продолжительности полета
2.10 Классификация БАС по высоте полета50
2.11 Классификация БВС по взлетной массе и массе полезной нагруз- ки51
2.12 Классификация БАС по принадлежности и типу лицензии пилотов
2.13 Классификация БАС по правилам полетов51
3 Ключевые понятия и определения НТИ
4 Термины в алфавитном порядке
Литература

#### ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

АБВС – Автономное беспилотное воздушное судно.

БАС – беспилотная авиационная система (системы).

БВС – беспилотное воздушное судно.

БВС ВТ – беспилотное воздушное судно вертолетного типа.

БВС МКТ – беспилотное воздушное судно мультикоптерного типа.

БВС РТ – беспилотное воздушное судно на реактивной тяге.

БВС СТ – беспилотное воздушное судно самолетного типа.

ВС – воздушное судно.

ДПАС – дистанционно пилотируемая авиационная система.

ДПВС – дистанционно пилотируемое воздушное судно.

ДУАС – дистанционно управляемая авиационная систем.

лБВС – легкое беспилотное воздушное судно.

тБВС – тяжелое беспилотное воздушное судно.

ИКАО – Международная организация гражданской авиации.

#### 1 Основные понятия, термины и определения

#### 1.1 Область применения

Необходимость введения классификации определена распоряжением Правительства РФ [1]. Настоящая классификация (проект стандарта) распространяется на беспилотные авиационные системы гражданского назначения, в состав которых входят воздушные судна взлетной массой более 30 кг [2], устанавливает коды и наименования классификационных группировок, используемых для классификации и кодирования беспилотных авиационных систем и беспилотных воздушных судов. Классификация разработана на основе рекомендаций [3], в соответствии с терминами и понятиями, принятыми в [4], гармонизирована с документом Международной организации гражданской авиации (ИКАО) «Беспилотные авиационные системы» [5].

#### 1.2 Системы, комплексы, элементы

Система — целостный материальный объект или их множество, представляющие собой закономерно обусловленную совокупность функционально взаимодействующих элементов, подсистем, комплексов, объединяемых в единое целое для решения конкретной задачи или группы задач.

Сложная система – система, обладающая иерархичностью, т.е. имеющая в своем составе подсистемы.

**Подсистема** — совокупность взаимосвязанных и взаимодействующих элементов, входящих в состав системы, реализующих определенную группу функций системы.

**Элементы системы** (структурные элементы) — относительно обособленные части системы (подсистемы);

элементы при непосредственном взаимодействии между собой порождают систему (подсистему), не являясь при этом системой (подсистемой) одного типа.

**Комплекс** представляет собой набор (совокупность) структурных и функциональных элементов (подсистем) системы, не соединённых на предприятии-изготовителе сборочными операциями, но предназначенных для выполнения взаимосвязанных функций, необходимых для функционирования системы в целом.

**Ключевой элемент** системы (подсистемы) – структурный (-ные) элемент (-ы) системы (подсистемы), не входящий (-ие) в комплекс, преобразующий (-ие) комплекс в систему путем формирования связей различного типа (информационных, информационно-управляющих и т.п.) между структурными элементами системы.

**Функциональное назначение** – основная функция элемента или множество функций подсистемы, комплекса, системы.

**Функциональное действие** – событие в виде целенаправленного изменения текущего состояния, положения в пространстве и (или) режима работы элемента (комплекса, подсистемы, системы).

Функциональное поведение структурного элемента системы (комплекса, подсистемы, системы) — совокупность функциональных действий, обусловленных его функциональными степенями свободы, внутренними алгоритмами (если они есть), внешним управлением (если оно есть), позволяющая выполнять функции структурного элемента системы (комплекса, подсистемы, системы), в соответствии с функциональным назначением.

Управление системой (подсистемой, комплексом, элементом) - внешнее или внутреннее (обусловленное выполнением внутренних алгоритмов) воздействие, ведущее к функциональному действию и/или влияющее на функциональное поведение системы (подсистемы, комплекса, элемента).

**Функциональные возможности** (показатели) – параметры и характеристики, при которых реализуются функции системы в соответствии с её функциональным назначением, на основании которых оценивается соответствие системы её функциональному назначению.

Статическая система – система с неизменной во времени и пространстве структурно-функциональной организацией.

Динамическая система – система, способная, в зависимости от условий, изменять в заданном направлении свою структурно-функциональную организацию. Как правило, динамическими системами могут быть только сложные системы.

Самоорганизующаяся система — динамическая система, способная изменять свою структурно-функциональную организацию во взаимодействии с окружающей средой, т.е. без внешнего управления и внутреннего жесткого алгоритма.

#### 1.3 Беспилотные воздушные суда и авиационные системы

**Воздушное пространство** – часть земной атмосферы, пригодная для полётов летательных аппаратов.

**Сегрегированное воздушное пространство** — воздушное пространство установленных размеров, предназначенное для исключительного использования конкретным пользователем (пользователями).

**Воздушное судно** (ВС) – любой аппарат, поддерживаемый в атмосфере за счет его взаимодействия с воздухом, исключая взаимодействие с воздухом, отраженным от земной поверхности (экраноплан).

**Беспилотное воздушное судно** (БВС) – ВС, которое предназначено выполнять полет без пилота на борту, подсистема (комплекс) беспилотной авиационной системы. БВС может быть пилотируемым или управляемым внешним пилотом, а также автономным.

**Автономное беспилотное воздушное судно** (АБВС) – БВС, которое не предусматривает вмешательства внешнего пилота в управление полетом.

**Дистанционно пилотируемое воздушное судно** (ДПВС) – ВС, которое пилотирует пилот, не находящийся на борту этого ВС.

**Станция внешнего пилота** – рабочее место, с которого внешний пилот управляет полетом беспилотного воздушного судна.

Беспилотная авиационная система (БАС) – ВС (или несколько связанных между собой ВС) и связанные с ним элементы, которые эксплуатируются без пилота на борту.

БАС, как правило, состоит из беспилотного воздушного судна, наземных средств обеспечения применения, полезной нагрузки и экипажа (если он есть).

Дистанционно пилотируемая авиационная система (ДПАС) – комплекс конфигурируемых элементов, включающий дистанционно пилотируемое воздушное судно (ДПВС), связанную с ним станцию (станции) внешнего пилота, необходимые линии управления и контроля, а также любые другие элементы системы, которые могут потребоваться в любой момент в ходе выполнения полета.

Рой — самоорганизующаяся динамическая сложная АБАС, действующая как единое целое, в состав которой входят более трех АБВС, функциональное поведение которой определяется внутренними динамическими алгоритмами. Рой обладает функциональными возможностями: динамического добавления АБВС в состав роя, динамического удаления АБВС из состава роя, распределенного целостного хранения данных, независимо от добавления или удаления АБВС.

Организованный ордер — сложная статическая БАС, действующая как единое целое, в состав которой входят более трех БВС, обладающая функциональными возможностями: полета по заданному алгоритмом маршруту, ретрансляции данных с одного БВС на другой и на станцию внешнего пилота. Функциональное поведение организованного ордера определяется внешним управлением с одной станции внешнего пилота (ДПАС), либо внутренним жестким алгоритмом (автопилотом), в случае, если БАС состоит из АБВС.

Наземные средства обеспечения применения БАС – совокупность изделий, предназначенных для подготовки БВС к выполнению полёта в соответствии с назначением и заданием, сопровождения его в полёте, возврата БВС к месту выполнения послеполётной подготовки, обработки результатов выполнения полётного задания, ремонта и восстановления БВС при необходимости.

**Несущая система** — совокупность элементов БВС, создающих подъемную силу, поддерживающая БВС в воздухе. Несущей системой может быть, например, крыло самолета, винт вертолета или крыло и несущий фюзеляж у ВС с интегральной компоновкой.

Полезная нагрузка — элементы и подсистемы БВС, предназначенные для обеспечения эксплуатации БАС в соответствии с функциональным назначением, расширения функциональных возможностей БАС по назначению, не входящие в перечень основных подсистем БВС и устанавливаемые (подвешиваемые) на БВС по мере необходимости.

Силовая установка – подсистема БВС, включающая источник энергии - элемент, преобразующий энергию в работу (двигатель), необходимую для работы элемента, обеспечивающего движение БВС в пространстве (движитель) за счет создания силы тяги. Силовая установка может объединять источник энергии, двигатель и движитель в составе одного устройства или быть распределенной.

**Бортовое оборудование** – программно-аппаратный комплекс, включающий подсистемы следующего функционального назначения:

- контроль технического состояния БВС, включая контроль силовой установки, источников тока, механических, электрических и гидравлических исполнительных устройств, а также контроль образования льда на внешних поверхностях БВС;
- навигационное определение, автономная навигация, комплексная обработка разнородной навигационной информации, навигация при отсутствии

сигналов глобальных навигационных систем, астроориентация, ориентация по карте местности и карте высот;

- сенсорные подсистемы, поставляющие информацию об окружающей БВС среде;
  - средства связи;
- исполнительные элементы и системы, а также источники энергии и устройства преобразования энергии в работу, предназначенные для привода органов управления БВС и совершения иных функциональных действий, необходимых для полета БВС и его функционирования в соответствии с функциональным назначением.

Формообразующая конструкция БВС – совокупность элементов БВС, предназначенных для интеграции несущей системы, силовой установки, бортового оборудования и размещения полезной нагрузки.

#### 2 Классификация

# 2.1 Классификация по функциональному назначению и видам авиационных работ

**Признаками классификации** по функциональному назначению и видам авиационных работ являются:

- характеристика совокупности методов, способов, приемов, режимов и норм использования воздушного судна для выполнения авиационной работы;
- характер устанавливаемого на борту БВС дополнительного специального оборудования (аппаратуры) и/или полезной нагрузки;
  - характеристика условий выполнения авиационной работы.

**Классификация БАС по видам авиационных работ** вводится на основании рекомендаций ИКАО [6], стандарта [7].

# 2.1.1 Транспортные работы

- 2.1.2 Авиационные работы по оказанию медицинской помощи и проведению санитарных мероприятий
  - Доставка больных и медицинского персонала.
  - Доставка медицинских грузов.
  - 2.1.3 Авиационные монтажные и буксировочные работы
  - 2.1.4 Авиационное распределение веществ и биологических объектов
  - Внесение жидких агрохимикатов.
- Рекультивация земель, детоксация почвы, детоксикация закрытых водоемов.
  - Закрепление пылящей поверхности.
  - Борьба с нефтяными пятнами.
- Тушение пожаров лесов, пастбищ, жилых и промышленных объектов.
  - Внесение сыпучих агрохимикатов.
  - Распределение биологических объектов.
  - 2.1.5 Воздушные съемочные работы

Аэрофотосъемка, киносъемка, многоспектральная съемка, дистанционное зондирование земли.

#### 2.1.6 Воздушное наблюдение

- Наблюдение за состоянием сельскохозяйственных посевов и полей,
   процессом эрозии почв.
  - Таксация леса и лесных охотничьих угодий.

- Обследование пастбищ, птиц, животных, обездвиживание и отстрел животных.
- Разведка косяков рыбы, морского зверя и наведение на их скопления рыболовецких судов.
- Обследование сухопутных и водных путей транспортировки различных объектов, путей миграции птиц и животных.
- Контроль дорожного движения, района проведения массовых мероприятий.
  - Контроль за ледовой обстановкой.
- Наблюдение и контроль в районах наводнений, катастроф и стихийных бедствий.

# 2.1.7 Воздушное патрулирование

Патрулирование лесов, трубопроводов, линий электропередач, прибрежных районов, пограничных районов, акваторий.

## 2.1.8 Сопровождение объектов

- Проводка судов во льдах.
- Сопровождение движущихся объектов.

## 2.1.9 Авиационное обеспечение связи

- Радиосвязь.
- Передача интернет трафика.
- Трансляция радио- и телепередач.
- Разбрасывание листовок.
- Передача информации через громкоговорящее устройство.

# 2.1.10 Летные проверки

- Летные проверки наземных средств радиотехнического обеспечения полетов в районе аэродромов.
  - Летные проверки авиационной воздушной электросвязи.
- Летные проверки систем светосигнального оборудовании аэродромов.
  - 2.1.11 Поисковые, поисково-спасательные работы
  - 2.1.12 Исследовательские и экспериментальные работы
  - 2.1.13 Универсальные и многоцелевые БАС
  - 2.1.14 Прочие виды авиационных работ

# 2.2 Классификация БАС по типу используемого воздушного пространства

Классификация по типу используемого воздушного пространства вводится на основании рекомендаций ИКАО [8, 9], а также Федеральных правил использования воздушного пространства Российской Федерации» [10].

БАС пелятся на:

Сегрегированные, предназначенные для полета в сегрегированном воздушном пространстве (запретные зоны, зоны ограничения полетов, специальные зоны, выделенные для полетов БВС) и

*Несегрегированные* классов A, C, G, предназначенные для полета в несегрегированном воздушном пространстве классов A, C, G.

# 2.3 Классификация БВС по типу несущей системы

2.3.1 По типу несущей системы в горизонтальном полете

По типу несущей системы в горизонтальном полете БВС делятся на:

- БВС самолетного типа (БВС-CT),
- *БВС* вертолетного типа (*БВС-ВТ*),
- БВС мультикоптерного типа (БВС-МКТ),
- БВС автожир,
- БВС на реактивной тяге (БВС-РТ).

БВС-СТ в качестве несущей системы использует крыло (в частном случае планер – интегрированную формообразующую конструкцию, функционально объединяющую крыло и фюзеляж).

БВС-ВТ в качестве несущей системы использует винт (или два винта, расположенных соосно, продольно или поперечно) изменяемого в полете шага, имеющий режим авторотации (режим отрицательного шага).

БВС-МКТ в качестве несущей системы использует более двух винтов фиксированного шага. БВС-МКТ, как привило, имеет систему стабилизации БВС в полете, например, гироскопическую, которая предназначена для парирования боковых порывов ветра. Управление БВС-МКТ осуществляется изменением частоты вращения винтов. БВС-МКТ не имеет автомата перекоса, системы изменения шага винта и режима авторотации.

БАС-автожир в качестве несущей системы использует винт, работающий в режиме авторотации.

БАС-РТ использует для перемещения в воздухе реактивных (ракетный) двигатель, не имеет крыла и движителей иных типов.

БВС, использующие для поддержания в воздухе аэростатический принцип (дирижабли, аэростаты), в настоящей классификации не рассматриваются.

# 2.3.2 По типу несущей системы на взлете и посадке

По типу несущей системы на взлете и посадке БВС делятся на:

– БВС горизонтального взлета и посадки, использующие на взлете и посадке в качестве несущей системы, создающей подъемную силу, крыло (в

частном случае – формообразующую конструкцию, объединяющую крыло и фюзеляж);

- БВС вертикального взлета и посадки, использующие на взлете и посадке в качестве несущей системы, создающей подъемную силу, различные виды движителей (винты, винтовентиляторы, винтокольцевые, реактивные);
- Комбинированные БВС, использующие на взлете и посадке в качестве несущей системы, создающей подъемную силу, комбинацию крыла (планера) и движителя (движителей).

#### Комбинированные БВС делятся на:

- статические системы (в англоязычной литературе Compound Rotorcraft) с раздельными подъемными и маршевыми движителями, у которых используемые на взлете и посадке движители, создающие подъемную силу, в горизонтальном полете стопорятся и не используются,
- либо винтокрылы (вертолеты с дополнительными маршевыми винтами, создающими горизонтальную тягу), у которых несущие винты используются на протяжении всего полета, а маршевые движители, создающие горизонтальную тягу, только в горизонтальном полете, и
- конвертируемые (Tilt-Rotorcraft), у которых движители, используемые на взлете и посадке для создания подъемной силы, в горизонтальном полете используются для создания горизонтальной тяги.

# Последние по типу поворотного движителя делятся на:

- БВС с поворотом движителя (винтов, винтовентиляторов, винтокольцевых движителей, реактивной струи) или двигателя, при неподвижном крыле;
  - БВС с поворотом крыла вместе с двигателями или движителями;
- БВС с поворотом всей формообразующей конструкции (планера)
   вместе с двигателями и движителями (Tailsitter схема «взлет с хвоста»).

# 2.4 Классификация БВС по типу силовой установки

Для привода движителя используется двигатель. Двигатель может использовать внешний источник энергии, например, электрический двигатель, или иметь собственный источник энергии, например, двигатель, использующий энергию сжигания химического топлива. Двигатели БВС, использующие химическое топливо, делятся на ракетные, поршневые, роторные и роторное-поршневые.

#### 2.4.1 Классификация по типу движителя

По типу движителя БВС делятся на:

- *БВС с винтовым движителем* (пропеллером);
- *БВС с винтовентиляторным движителем* (многолопастным винтом с большой нагрузкой тягой на ометаемую площадь);
- БВС с винтокольцевым движителем (многолопастным винтом с большой нагрузкой тягой на ометаемую площадь, заключенным в кольцевой насадок);
- Реактивные БВС значительная часть тяги создается за счет реактивной силы, приложенной к элементам конструкции двигателя или формообразующей конструкции (планера) БВС.

#### 2.4.2 Классификация по типу источника энергии на борту

По типу источника энергии на борту БВС делятся на:

- $-\mathit{BBC}\ c\ \phi$ отоэлектрическим источником энергии (солнечные батареи);
- *БВС с электрохимическим источником энергии* (аккумуляторные батареи, топливные элементы);
- БВС с источником энергии, работающим за счет сжигания химического топлива;

- БВС с комбинированным источником энергии, сочетающим несколько источников энергии различного типа, либо сочетающим несколько принципов выделения энергии в одном устройстве.
- 2.4.3 Классификация БВС по структурно-функциональной организации силовой установки

По структурно-функциональной организации силовой установки БВС делятся на:

- БВС с простой силовой установкой, состоящей из одного или нескольких двигателей, в которых источник энергии, устройство её преобразования и движитель конструктивно объединены в один структурный элемент:
- БВС с распределенной силовой установкой, в которой источники энергии, устройства их преобразования, двигатели и движители представляют собой отдельные структурные элементы, образующие подсистемы, количество движителей может не совпадать с количеством двигателей, источники энергии и устройства преобразования энергии могут входить в состав двигателей, а могут представлять собой отдельные элементы и подсистемы;
- БВС с интегрированной силовой установкой, в которой силовая установка неразрывно связана с формообразующей конструкцией БВС (планером) и используется с ней совместно для создания силы тяги, перемещающей БВС в пространстве.

# 2.5 Классификация БАС по типу системы управления

По типу системы управления БАС делятся на:

-Дистанционно пилотируемые (ДПАС), в которых БВС непрерывно пилотируется внешним пилотом, со станции, как правило, находящейся в зоне прямой визуальной или радиовидимости;

- -Дистанционно управляемые (ДУАС) БАС, автономно реализующие свое функциональное назначение путем выполнения функциональных действий на основе команд, формируемых внутренними динамическими алгоритмами функционального поведения, при высокоуровневом управлении внешним пилотом для постановки задачи, задании траектории полета и т.п.;
- *Автономные БАС*, не имеющие внешнего пилота, полностью реализующие свое функциональное назначение путем выполнения функциональных действий на основе команд, формируемых внутренними динамическими алгоритмами функционального поведения.

Автономные БАС могут быть **программируемыми**, осуществляющими жесткую программу полета, загруженную в систему управления при подготовке к вылету, и **БАС с адаптивной системой управления**. В БАС с адаптивной системой управления внутренние алгоритмы вырабатываются во взаимодействии с окружающей средой и меняющимися условиями полета. БАС с адаптивной системой управления могут самостоятельно изменять траекторию полета, полезное задание, корректировать свои функциональные действия в зависимости от изменяющихся условий.

# 2.6 Классификация БВС по направлению, типу и условиям взлета

**По направлению взлета различают**: БВС с возможностью вертикального, горизонтального и комбинированного взлета.

**По функциональным возможностям взлета** в различных условиях различают:

- Аэродромные БВС, предназначенные для взлета с аэродрома;
- Внеаэродромные БВС, предназначенные для взлета вне аэродрома;
- БВС с воздушным стартом с воздушного судна или ракетоносителя;
- Амфибии БВС, предназначенные для взлета с суши и с акватории (водной поверхности);

- Палубные БВС, предназначенные для взлета с палубы корабля или приподнятой над водной поверхностью платформы;
- Мобильные БВС, предназначенные для взлета с движущегося транспортного средства;
- $\Gamma opodcкие-$  БВС, предназначенные для взлета в городских условиях.

#### По типу взлета различают:

- БВС, у которых предусмотрены элементы и подсистемы, обеспечивающие самостоятельный взлет (несущая система, движители, шасси, парашют) без использования внешних устройств, систем и установок;
- Запускаемые БВС, у которых взлет осуществляется за счет использования внешних устройств - катапульт.

#### 2.7 Классификация БВС по направлению, типу и условиям посадки

**По направлению посадки** различают: БВС с возможностью вертикальной, горизонтальной и комбинированной посадки.

**По функциональным возможностям посадки** в различных условиях различают:

- *Аэродромные* БВС, предназначенные для посадки на аэродроме;
- Внеаэродромные БВС, предназначенные для посадки на подготовленную площадку;
- БВС, предназначенные для посадки с подбором площадки (система управления должна различать непригодные для посадки площадки: лес, болото, овраги, застроенные участки, единичные препятствия искусственного или естественного происхождения);
- Амфибии БВС, предназначенные для посадки на акваторию (водную поверхность) или на сушу;
- Палубные БВС, предназначенные для посадки на палубу корабля или приподнятую над водной поверхностью платформу;

- *Мобильные* БВС, предназначенные для посадки на движущееся транспортное средство;
- $\Gamma$  opodcku opodcku opodcku условиях.
  - По типу посадки различают:
- *Беспосадочные БВС*, у которых не предусмотрено подсистем, обеспечивающих посадку;
- БВС, у которых предусмотрены элементы и подсистемы, обеспечивающие самостоятельную посадку (несущая система, движители, шасси, парашют) без использования внешних устройств, систем и установок;
- БВС, у которых посадка осуществляется, в том числе, при помощи внешних устройств, систем и установок (посадочные мачты, аэрофинишеры, внешнее движущееся транспортное средство, оснащенное устройством захвата БВС и т.п.).

# 2.8 Классификация БАС по типу структурно-функциональной организации

По структурно-функциональной организации БАС делятся на:

- *Простая БАС* с одним БВС;
- *Составная БАС* сложная система, включающая несколько БВС.
- Составные БАС, в свою очередь, делятся на совместно управляемые (несколько БВС, управляемые несколькими внешними пилотами), организованный ордер (управляемый одним внешним пилотом) и рой (автономная самоорганизующаяся БАС).

# 2.9 Классификация БАС по радиусу действия, дальности и продолжительности полета

В зависимости от **функционального назначения** БАС ключевым функциональным параметром БАС может быть:

- максимальный радиус действия, определяющий дистанцию полета в область выполнения функционального действия и возврат к месту базирования (характерно, например, для задач транспортировки грузов без посадки или с посадкой, но без дозаправки);
- максимальная дальность полета, определяющая дистанцию полета от одной точки базирования до другой (например, при транспортных работах с посадкой в месте назначения);
- максимальная продолжительность полета, определяющая время нахождения БАС в воздушном пространстве при выполнении функционального действия (характерно, например, для воздушного наблюдения и патрулирования).

**По радиусу действия** (дальности полета в одну сторону) БАС делятся на:

- БАС малой дальности (БАС для полетов в сегрегированном воздушном пространстве, в пределах населенных пунктов и территориальных образований, в окрестностях объектов) радиус действия до 200 км (дальность до 450 км);
- БАС ближней дальности (БАС местных линий) радиус действия от 200 км до 600 км (дальность полета от 450 км до 1500 км);
- -BAC средней дальности (региональные, ближнемагистральные БАС) радиус действия от 600 км до 1000 км (дальность полета от 1500 км до 2500 км);
- БАС средне-большой дальности (межрегиональные, средние магистральные БАС) радиус действия от 1000 км до 3000 км (дальность полета от 2500 км до 6500 км);
- БАС большой дальности (дальнемагистральные БАС) радиус действия более 3000 км (дальность полета более 6500 км).

Для дистанционно управляемых **БАС малой дальности** дополнительно выделяют подкласс **БАС**, **действующих в пределах прямой радиосвязи** (прямой радиовидимости) до 120 км.

# По продолжительности полета БАС делятся на:

- БАС малой продолжительности полета время полета менее 4 часов;
- БАС средней продолжительности полета время полета от 4 часов до 12 часов;
- БАС большой продолжительности полета время полета от 12 часов до 24 часов;
  - БАС неограниченной продолжительности полета.

# 2.10 Классификация БАС по высоте полета

По максимальной высоте полета (потолку) БАС делятся на:

- Высотные БАС, предназначенные для полета в верхнем воздушном пространстве (UIR по классификации ИКАО), высота полета более 8100 м, эшелон полета 265, в соответствии с Постановлением Правительства РФ от 05.09.2011 № 743 [11];
- Средневысотные БАС, предназначенные для полета в нижнем воздушном пространстве на высотах более 3050 м (FIR по классификации ИКАО):
- *Маловысотные* БАС, предназначенные для полета в нижнем воздушном пространстве на высотах менее 3050 м (FIR по классификации ИКАО).

**Маловысотные БАС делятся** на *собственно маловысотные* и *гранично-маловысотные*, предназначенные для полетов на предельно малых высотах (высота полета менее 200 м), например, БАС сельскохозяйственного назначения, предназначенные для выполнения авиационных работ по распределению веществ и биологических объектов.

**Высотные БАС делятся** на *просто высотные* (высота полета от 8100 м до 14000 м), *стратосферные* (высота полета от 14000 м до 50000 м) и *суборбитальные* (высота полета более 50000 м).

# 2.11 Классификация БВС по взлетной массе и массе полезной нагрузки

В зависимости от взлетной массы БВС делятся на:

- Легкие (лБВС, CR, SR и MR по классификации ИКАО) взлетной массой до 750 кг:
  - Средние взлетной массой от 750 кг до 8600 кг для БВС-СТ и
  - до 3100 кг для БВС-ВТ;
- *Тяжелые* взлетной массой более  $8600~\rm kr$  для БВС-СТ и более  $3100~\rm kr$  для БВС-ВТ.

# 2.12 Классификация БАС по принадлежности и типу лицензии пилотов

Гражданские БАС по принадлежности (правам собственности) и типу лицензии внешнего пилота (указаны в скобках) делятся на:

- Государственные (National Private Pilots Licence NPPL),
- Частные (Private Pilots Licence PPL);
- Коммерческие (Commercial Pilots Licence CPL);
- Развлекательные (Recreation Pilot License);
- Транспортные (Airline Transport Pilot Licence A TPL).

# 2.13 Классификация БАС по правилам полетов

По правилам полетов БАС делятся на визуальные, визуально - приборные, приборные и автономные.

## 3 Ключевые понятия и определения НТИ

«Глобальный продукт» (GP; Global product) – продукт в основе которого лежит решение, преодолевающее технологический(-е) барьер(-ы); ориентирован на зарождающие или еще не существующие мировые рынки, сегменты и ниши товаров и услуг и/или на отъем существенной доли рынка у текущих игроков за счет качественно новых прорывных потребительских свойств.

«Мета-проекты» — комплексные проекты по направлениям в дорожных картах НТИ, которые формируют Глобальные продукты (GP), имеющие перспективы занять лидирующие позиции на мировом рынке. «Метапроект» включает в себя вопросы не только технологии и коммерциализации, но и организации комплексной системы управления экосистемой с учетом динамически изменяющихся нормативного (в т.ч. патентного) поля, административных и социальных (общественных) норм.

«Системные» или «платформенные» проекты – основа портфеля проектов НТИ, преодолевают технологические или нормативно-организационные барьеры, создают вокруг себя экосистему партнеров, использующих платформенные разработки для создания инновационных продуктов и услуг на глобальных, новых рынках.

«Масштабируемая модульная платформа/технология» — проект, в рамках которого разрабатывается набор стандартизированных связанных между собой в систему модулей, блоков, систем, технологий, способствующий возникновению экосистемы инновационных «стартапов» и бизнесов, открывающий рыночную нишу и стимулирующий возникновение в ней новых продуктов и сервисов.

# 4 Термины в алфавитном порядке

**Автономное беспилотное воздушное судно** (АБВС) – ВС, которое не предусматривает вмешательства пилота в управление полетом.

**Беспилотная авиационная система** (БАС) – БВС (или несколько связанных между собой БВС) и связанные с ним элементы, которые эксплуатируются без пилота на борту.

БАС, как правило, состоит из беспилотного воздушного судна, наземных средств обеспечения применения, полезной нагрузки и экипажа (если он есть).

**Беспилотное воздушное судно** (БВС) – БВС, которое предназначено выполнять полет без пилота на борту, подсистема (комплекс) беспилотной авиационной системы.

**Бортовое оборудование** – программно-аппаратный комплекс, включающий подсистемы следующего функционального назначения:

- контроль технического состояния БВС, включая контроль силовой установки, источников тока, механических, электрических и гидравлических исполнительных устройств, а также контроль образования льда на внешних поверхностях БВС;
- навигационное определение, автономная навигация, комплексная обработка разнородной навигационной информации, навигация при отсутствии сигналов глобальных навигационных систем, астроориентация, ориентация по карте местности и карте высот;
- сенсорные подсистемы, поставляющие информацию об окружающей
   БВС среде;
  - средства связи;
- исполнительные элементы и системы, а также соответствующие источники энергии и устройства преобразования энергии в работу, предназначенные для привода органов управления БВС и совершения иных функцио-

нальных действий, необходимых для полета БВС и его функционирования в соответствии с функциональным назначением.

**Воздушное пространство** – часть земной атмосферы, пригодная для полётов летательных аппаратов.

**Воздушное судно** (ВС) – любой аппарат, поддерживаемый в атмосфере за счет его взаимодействия с воздухом, исключая взаимодействие с воздухом, отраженным от земной поверхности (экраноплан).

Динамическая система – система, позволяющая, в зависимости от условий и целевой функции, изменять в заданном направлении свою структурно-функциональную организацию. Как правило, динамическими системами могут быть только сложные системы.

Дистанционно пилотируемая авиационная система (ДПАС) — комплекс конфигурируемых элементов, включающий дистанционно пилотируемое воздушное судно (ДПВС), связанную с ним станцию (станции) внешнего пилота, необходимые линии управления и контроля, а также любые другие элементы системы, которые могут потребоваться в любой момент в ходе выполнения полета.

**Дистанционно пилотируемое воздушное судно** (ДПВС) – ВС, которое пилотирует пилот, не находящийся на борту этого ВС.

**Ключевой элемент** системы (подсистемы) – структурный (-ные) элемент (-ы) системы (подсистемы), не входящий (-ие) в комплекс, преобразующий (-ие) комплекс в систему путем формирования связей различного типа (информационных, информационно-управляющих и т.п.) между структурными элементами системы.

**Комплекс** представляет собой набор (совокупность) структурных и функциональных элементов (подсистем) системы, не соединённых на предприятии-изготовителе сборочными операциями, но предназначенных для выполнения взаимосвязанных функций, необходимых для функционирования системы в целом.

Наземные средства обеспечения применения БАС – совокупность изделий, предназначенных для подготовки БВС к выполнению полёта в соответствии с назначением и заданием, сопровождения его в полёте, возврата БВС к месту выполнения послеполётной подготовки, обработки результатов выполнения полётного задания, ремонта и восстановления БВС при необходимости.

**Несущая система** – совокупность элементов БВС, поддерживающих его в воздухе.

Организованный ордер – сложная статическая БАС, действующая как единое целое, в состав которой входят более трех БВС, обладающая функциональными возможностями: полета по заданному алгоритмом маршруту, ретрансляции данных с одного БВС на другой и на станцию внешнего пилота. Функциональное поведение организованного ордера определяется внешним управлением с одной станции внешнего пилота (ДПАС), либо внутренним жестким алгоритмом (автопилотом), в случае, если БАС состоит из АБВС.

**Подсистема** — совокупность взаимосвязанных и взаимодействующих элементов, входящих в состав системы, реализующих определенную группу функций системы.

Полезная нагрузка — элементы и подсистемы БАС, предназначенные для обеспечения эксплуатации БАС в соответствии с функциональным назначением, расширения функциональных возможностей БАС по назначению, не входящие в перечень основных подсистем БАС и устанавливаемые (подвешиваемые) на ЛА/БВС по мере необходимости.

Рой – самоорганизующаяся динамическая сложная БАС, действующая как единое целое, в состав которой входят более трех БВС, функциональное поведение которой определяется внутренними динамическими алгоритмами. Рой обладает функциональными возможностями: динамического добавления БВС в состав роя, динамического удаления БВС из состава роя,

распределенного целостного хранения данных, независимо от добавления или удаления БВС.

Самоорганизующаяся система — динамическая система, способная изменять свою структурно-функциональную организацию во взаимодействии с окружающей средой, т.е. без внешнего управления и внутреннего жесткого алгоритма.

**Сегрегированное воздушное пространство** – воздушное пространство установленных размеров, предназначенное для исключительного использования конкретным пользователем (пользователями).

Силовая установка – подсистема БВС, включающая источник энергии, элемент, преобразующий энергию в работу (двигатель), необходимую для работы элемента, обеспечивающего движение БВС в пространстве (движитель) за счет создания силы тяги. Силовая установка может объединять источник энергии, двигатель и движитель в составе одного устройства или быть распределенной.

Система — целостный материальный объект или их множество, представляющие собой закономерно обусловленную совокупность функционально взаимодействующих элементов, подсистем, комплексов, объединяемых в единое целое для решения конкретной задачи или группы задач.

**Сложная система** – система, обладающая иерархичностью, т.е. имеющая в своем составе подсистемы.

**Станция внешнего пилота** – рабочее место, с которого внешний пилот управляет полетом беспилотного воздушного судна.

**Статическая система** – система с неизменной во времени и пространстве структурно-функциональной организацией.

Управление системой (подсистемой, комплексом, элементом) — внешнее или внутреннее (обусловленное выполнением внутренних алгоритмов) воздействие, ведущее к функциональному действию и/или влияющее на функциональное поведение системы (подсистемы, комплекса, элемента).

Формообразующая конструкция БВС – предназначена для интеграции несущей системы, силовой установки, бортового оборудования и размещения полезной нагрузки.

**Функциональные возможности** (показатели) – параметры и характеристики, при которых реализуются функции системы в соответствии с её функциональным назначением, на основании которых оценивается соответствие системы её функциональному назначению.

**Функциональное действие** – событие в виде целенаправленного изменения текущего состояния, положения в пространстве и (или) режима работы элемента (комплекса, подсистемы, системы).

**Функциональное назначение** – основная функция элемента или множество функций подсистемы, комплекса, системы.

Функциональное поведение структурного элемента системы (комплекса, подсистемы, системы) — совокупность функциональных действий, обусловленных его функциональными степенями свободы, внутренними алгоритмами (если они есть), внешним управлением (если оно есть), позволяющая выполнять функции структурного элемента системы (комплекса, подсистемы, системы), в соответствии с функциональным назначением.

Элементы системы (структурные элементы) — относительно обособленные части системы (подсистемы); элементы при непосредственном взаимодействии между собой порождают систему (подсистему), не являясь при этом системой (подсистемой) одного типа.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Распоряжение Правительства РФ от 03.04.2018г № 576-р.
- 2 Федеральный закон от 03.07.2016 №291-ФЗ.
- 3 ПР 50.1.024—2005. Правила по стандартизации. Основные положения и порядок проведения работ по разработке, ведению и применению общероссийских классификаторов.
- 4 ГОСТ Р 56122-2014 Воздушный транспорт. Беспилотные авиационные системы. Общие требования.
- 5 Беспилотные авиационные системы (БАС) [Текст]: ICAO CIR 328 AN/ 190 ИКАО. Монреаль, Канада: ИКАО, 2011 66 с.
- 6 Рекомендации Международной организации гражданской авиации (ИКАО) DOC 9408-AN/922 «Руководство по авиационным работам».
- 7 ГОСТ Р 54265-2010. Воздушный транспорт. Авиационные работы. Классификация.
- 8 Глобальная эксплуатационная концепция ОрВД [Текст]: ICAO Doc 9854 AN/458 ИКАО. Монреаль, Канада: ИКАО, 2005 100 с.
- 9 Организация воздушного движения [Текст]: ICAO. DOC 4444 ATM/ 501/ИKAO. Монреаль, Канада: ИКAO, 2007-474 с.
- Поправка № 3 18/11/10 к DOC 4444. ICAO. Монреаль, Канада: ИКАО, 2010.
- 10 Постановление Правительства РФ от 11.03.2010 № 138 (ред. от 13.06.2018) «Об утверждении Федеральных правил использования воздушного пространства Российской Федерации».
  - 11 Постановление Правительства РФ от 05.09.2011 № 743.

# ЛЕКЦИЯ 3. ТИПЫ БЕСПИЛОТНЫХ АВИАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ИХ КОМПОНОВКА

# СОДЕРЖАНИЕ

Введение
1 Обзор существующих решений и перспективных проектов грузовых БВС с массой полезной нагрузки от 10 до 75 кг
1.1 БВС самолетного типа
1.2 БВС мультикоптерного типа65
1.3 БВС вертолетного типа
1.4 БВС схемы Tail-sitter, крылатый мультикоптер и конвертоплан68
2 Обзор разработок в области БВС с вертикальными взлётом и посадкой в гражданском сегменте почтовых перевозок и адресной доставки71
2.1 Станции базирования и почтоматы72
2.2 Транспортные БВС для экстренных перевозок74
3 Обзор разработок в области БВС сельскохозяйственного назначения, авиационного распределения веществ и биологических объектов77
4 Обзор разработок в области БВС, предназначенных для наблюдения с воздуха, картографирования и спасательных работ81
5 Обзор разработок в области БВС военного и многоцелевого назначения с массой полезной нагрузки от 10 кг до 75 кг85
6 Оценка перспектив применения различных БВС с массой полезной нагрузки от 10 кг до 75 кг
6.1 Перспективы применения БВС самолетного типа, крылатых мультикоптеров конвертопланов и схемы Tail-sitter
6.2 Перспективы БВС вертолетного типа и мультикоптеров91
Заключение
Литература

# ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

БВС – беспилотное воздушное судно.

БВС-СТ – беспилотное воздушное судно самолетного типа.

БВС-ВТ – беспилотное воздушное судно вертолетного типа.

БВС-МКТ – беспилотное воздушное судно мультикоптерного типа.

ВПП – взлетно-посадочная полоса.

ВС – воздушное судно.

ДВС – двигатель внутреннего сгорания.

ЛА – летательный аппарат.

РЭБ – радиоэлектронная борьба.

## **ВВЕДЕНИЕ**

На сегодняшний день наиболее широко используемыми схемами являются БВС-СТ, БВС-ВТ, БВС-МКТ, Tail-sitter и конвертоплан. Основными способами питания тяговых двигателей в БВС этого сегмента являются аккумуляторные батареи, либо гибридные силовые установки с использованием схемы генератор-двигатель на углеводородном топливе. В БВС вертолетного типа достаточно часто используется привод несущего винта от авиационных ДВС. Каждая аэродинамическая схема имеет свои преимущества и недостатки.

Основными перспективными областями применения таких БВС является адресная доставка грузов и почтовой корреспонденции, сельскохозяйственная сфера, задачи картографирования, наблюдения, поиска и спасения, экстренная медицинская помощь и доставка медикаментов, а также военные и военно-транспортные задачи.

# 1 Обзор существующих решений и перспективных проектов грузовых БВС с массой полезной нагрузки от 10 до 75 кг

В сегменте БВС, способных переносить до 75 кг полезной нагрузки, преобладают БВС самолетного типа (БВС-СТ) и БВС мультикоптерного типа (БВС-МКТ). Значительно реже встречается схема вертолетного типа (БВС-ВТ) и так называемая схема «Tail-sitter» — БВС самолетного типа, способный к самостоятельному вертикальному взлету с хвоста.

## 1.1 БВС самолетного типа

Этот тип летательных аппаратов известен также как БВС с жестким крылом, в горизонтальном полете подъемная сила создается аэродинамическим способом за счет напора воздуха, набегающего на неподвижно закрепленное крыло. Благодаря высокой энергоэффективности горизонтального полета ЛА этого типа, как правило, отличаются большой продолжительностью полета, максимальной высотой и высокой скоростью.

В качестве движителей аппаратов самолетного типа используются тянущие или толкающие пропеллеры, а также винтокольцевые движители, импеллеры, реактивные и турбореактивные двигатели.

Для аппаратов самолетного типа необходима взлетно-посадочная полоса (ВПП), но некоторые модели допускают использование плохо подготовленных поверхностей. Примером такого БВС может служить Viking 400 разработки американской компании L-3 Unmanned Systems, изображенный на рисунке 1.

Посадка может выполняться на ВПП, сброс с парашютом в заданном районе, падение на специальный уловитель в виде троса, сетей, как показано на рисунке 2, или растяжек (рисунок 2). Отличительные особенности данного типа БВС, а также трудоемкость процесса взлета и посадки, диктует области применения этих аппаратов.



Рисунок 1 – БВС самолетного типа Viking 400 [1] взлетает с импровизированной ВПП

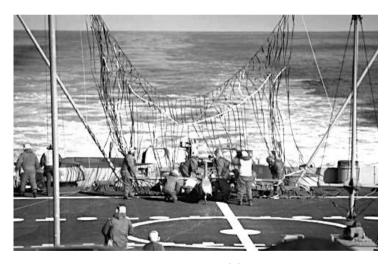


Рисунок 2 — Посадка БВС RQ-2 Pioneer [2] в сеть-уловитель на палубе

Чаще всего самолетный тип БВС используется в задачах картографирования, наблюдения с воздуха, поиска и спасения, как высотная платформа для научных исследований и испытаний, в качестве носителя оборудования разведывательного назначения (рис. 3).



Рисунок 3 – Тяжелый ударный БВС RQ-4 Global Hawk [3] переоборудован для научных целей

Широко используются в носителях высокоточного оружия, средств РЭБ, корректировщика огня. Сравнительно редко используется для экстренной транспортировки малогабаритных грузов.

# 1.2 БВС мультикоптерного типа

БВС-МКТ в качестве несущей системы использует более двух винтов фиксированного шага, а управление чаще всего осуществляется изменением частоты вращения винтов. Реактивные моменты уравновешиваются за счет противовращения несущих винтов (рисунок 4).



Рисунок 4 – Служащий почтовой компании SF Express [4] снаряжает БВС адресной доставки

Основные преимущества мультикоптера – высокая маневренность, способность зависать и возможность вертикального взлета и посадки без использования дополнительного оборудования и взлетно-посадочных полос. Также возможна посадка на движущиеся и качающиеся платформы, например, на судно в штормовом море.

Маневренность и зависание делает возможным полет в замкнутых пространствах и среди плотной городской застройки.

На сегодняшний день мультикоптеры, подобные изображенному на рисунке 4, являются одним из наиболее перспективных решений для адресной доставки небольших посылок и прочей корреспонденции.

# 1.3 БВС вертолетного типа

Как правило, к этой категории относят БВС, использующие одновинтовую схему вертолета Сикорского с хвостовым рулевым винтом, пример БВС этой схемы изображен на рисунке 5.



Рисунок 5 — Одновинтовой БВС вертолетного типа MQ-8A Fire Scout[5] в полете

Подъёмная сила у аппаратов этого типа создается за счет вращающихся лопастей несущего винта, поступательное движение обеспечивается механизмом перекоса.

Реактивный крутящий момент у таких вертолетов уравновешивается рулевым винтом, расположенным на хвостовой балке, на некотором расстоянии от оси несущего винта, а изменяя тягу рулевого винта, можно управлять поворотом вертолета относительно вертикальной оси.

Большинство современных вертолетов выполнено по одновинтовой схеме. Достоинством схемы является простота конструкции и системы управления.

K недостаткам следует отнести большие габариты за счет хвостовой балки и потери мощности на привод рулевого винта (до 10% от мощности двигателя), уязвимость и опасность повреждения рулевого винта при полете у земли.

Для увеличения объемов грузового отсека и/или подвеса перспективно использование продольной двухвинтовой схемы вертолетов, подобная конструкция изображена на рисунке 6. У таких вертолетов реактивный момент компенсируется за счет противоположного направления вращения винтов, которые расположены один за другим вдоль фюзеляжа.



Рисунок 6 – Санитарный БВС тандемной вертолетной схемы DP-14 DPI [6]

Несущие винты располагаются с перекрытием, задний винт имеет превышение, чтобы уменьшить вредное влияние на него потока от переднего винта. Однако недостатками являются сложная система трансмиссии, необходимость синхронизации вращения несущих винтов, большие индуктивные потери при горизонтальном полете и переменные нагрузки на несущих винтах, а также сложная посадка в режиме авторотации.

#### 1.4 БВС схемы Tail-sitter, крылатый мультикоптер и конвертоплан

Эти схемы, несмотря на конструктивные отличия, являются попытками объединить преимущества энергоэффективного горизонтального полета крылатого БВС с возможностью управляемых вертикального взлета и посадки. Один из перспективных прототипов изображен на рисунке 7.

Современный уровень развития микроэлектроники позволяет создать компактную и сравнительно недорогую систему стабилизации при посадке, а также на этапе перехода от горизонтального полета к вертикальному снижению. Наиболее перспективные разработки используют винтокольцевые движители, энергетически более выгодные на БВС подобных размеров. Tail-sitter с винтокольцевым движителем показан на рисунке 8.

Аэродинамическая схема, приближенная к самолетной, позволяет развивать большие, в сравнении с мультикоптерами и вертолетами, скорости. Tail-sitter военного назначения V-Bat разработки компании Martins UAV имеет время полета до 8 ч, при максимальной скорости 350 км/ч. Разработка использует двухтактный авиационный ДВС и имеет эффективную дальность свыше 800 км при полезной нагрузке около 2 кг. Некоторые разработки объединяют признаки мультикоптера и схемы Tail-sitter. Многоцелевой БВС DTI RTN KSM150, изображен на рисунке 9, разработанный для военных целей, способен взлетать «с хвоста», сохраняя при этом способность зависать в воздухе и используя для поступательного движения тянущий винт.

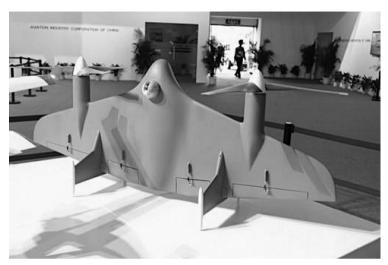


Рисунок 7 – Tail-sitter Cardi VD200 разработки Chengdu Aircraft Research and Design Institute [7]



Pисунок 8 – Tail-sitter с винтокольцевым движителем Martins UAV V-Bat [8]

DTI RTN KSM150 способен развивать максимальную скорость в 100 км\ч., при этом, благодаря наличию двух винтов в нижней части, БВС является весьма манёвренным и может совершать сложные развороты прямо во время полёта. Максимальная дальность 25 км, продолжительность автономного полёта ограничивается 2,5 часами. Силовая установка гибридная, используется двухтактный авиационный ДВС и электродвигатели с винтокольцевыми движителями.



Рисунок 9 – Многоцелевой БВС DTI RTN KSM150 [9]

Конвертопланом (англ.: convertiplane) называют БВС с поворотными винтами, которые на взлёте и при посадке работают как подъёмные, а в горизонтальном полёте — как тянущие (рисунок 10). В горизонтальном полете подъёмная сила обеспечивается крылом самолётного типа). Таким образом, этот аппарат ведет себя как вертолет при взлете и посадке, но как самолет в горизонтальном полете.

Авиакосмический Исследовательский Институт Южной Кореи (KARI) разработал многоцелевой конвертоплан TR-60, изображен на рисунке 10, представленный в 2016 году. БВС имеет размеры 3 м длиной и 5 м в размахе крыльев, способен переносить около 30 кг полезной нагрузки с максимальной взлетной массой в 210 кг.



Рисунок 10 – Конвертоплан TR-60 разработки KARI [10]

Силовая установка гибридного типа, газотурбинный двигатель вырабатывает энергию для двух электродвигателей в поворотных гондолах, использующих винты изменяемого шага. Эффективная дальность составляет 200 км при максимальной скорости в 250 км/ч.

# 2 Обзор разработок в области БВС с вертикальными взлётом и посадкой в гражданском сегменте почтовых перевозок и адресной доставки

Способность вертикально взлетать и садиться, а также маневренность делает мультикоптеры перспективным средством адресной доставки внутри городских агломераций. Мультикоптеры, аналогичные изображенному Ehang Falcon B на рисунке 11, могут перевозить около 5 кг на расстояние в 19 км, покрывая достаточно большой район даже крупных агломераций.



Рисунок 11 – БВС адресной доставки EHang Falcon B [11], используемый компанией DHL Express

## 2.1 Станции базирования и почтоматы

Специфика доставки внутри крупных городов такова, что способность БВС лететь, минуя перегруженные линии автотранспорта, делает их экономическим целесообразным средством доставки небольших грузов. Для легких БВС сравнительно просто может быть развернута сеть посадочных станций, подобных изображенной на рисунке 12, обеспечивающих безопасную посадку и промежуточное техобслуживание, дозаправку (подзарядку) БВС.



Рисунок 12 – Посадочная станция DPD Group Drone Delivery [12]

Доставка при помощи БВС привлекательна для крупных компаний и по экономическим соображениям. Согласно исследованию компании Ark Invest, стоимость доставки посылки весом в 2.5 кг может составлять около 0.88\$, в то время как аналогичная посылка, доставленная курьерскими сервисами Uber Eats и GrubHub, обходится от 6\$ до 8\$ за поездку и занимает больше времени. Также, широкое коммерческое использование БВС позволяет существенно снизить уровень загрязнения атмосферы городов продуктами сгорания углеводородного топлива ДВС автомобилей.

Современные системы позиционирования позволяют добиться точности до 0.25м, что в сочетании с алгоритмами конечного позиционирования при приземлении делает целесообразным схему комбинированной доставки при помощи БВС и фургона-носителя. Действующий прототип фургона-носителя изображен на рисунке 13.



Рисунок 13 – Прототип подвижной станции доставки для почтовой компании UPS [13]

В этой концепции грузовой автомобиль несет на себе станцию заправки и обслуживания БВС, снаряжая их к конечной доставке во время движения к отдаленной от хаба группе клиентов.

Дальнейшее развитие системы предполагает использование автоматических станций, снаряжающих беспилотные фургоны заранее подготовленными «картриджами» с полезной нагрузкой. Концепт-рендер подобной платформы разработки компании Mercedes-Benz представлен на выставке CES-2017, изображен на рисунке 14.

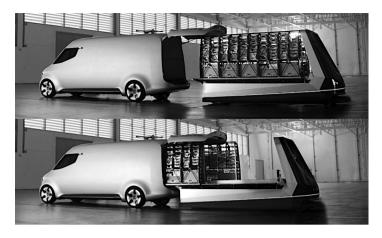


Рисунок 14 – Концепт подвижной станции доставки с автоматической загрузкой компании Mercedes-Benz [14]

## 2.2 Транспортные БВС для экстренных перевозок

Для пригородных перевозок, например, по маршрутам «почтовый хаб — клиент», «центр города — пригород» перспективно использование крылатых мультикоптеров eVTOL и конвертопланов. Компания Amazon разрабатывает линейку перспективных крылатых мультикоптеров, один из которых показан на рисунке 15.



Рисунок 15 — Крылатый мультикоптер программы Amazon Prime Air [15]

Другое перспективное направление использования малых БВС – доставка медикаментов и средств экстренной помощи.



Рисунок 16 – Крылатый мультикоптер Wingcopter DHL Parcelcopter 4.0 [16]

Производитель БВС Wingcopter совместно с компаниями DHL Express и Deutsche Gesellschaft für Internationale Zusammenarbeit (GIZ) GmbH внедряют программу доставки медикаментов в труднодоступные районы развивающихся стран. В течение шести месяцев автономный мультикоптер DHL Parcelcopter 4.0, показанный на рисунке 16, совершил более 180 рейсов с полезной нагрузкой в 4 кг, общей продолжительностью в 2000 летных минут, доставляя медикаменты в район озера Виктория, восточная Африка. Дальность полетов составляла до 65 км.

В случаях, когда требуется экстренная доставка медицинских грузов на дальние дистанции, применения находят БВС самолетного типа.



Рисунок 17 – БВС самолетного типа Windracers Ultra [17]

Windracers Ultra, показан на рисунке 17, в настоящее время активно применяется для доставок медикаментов и средств персональной защиты в госпиталь Уайт-Айленд, Англия, временно изолированный в связи с пандемией COVID-19. БВС построен по самолетной схеме, использует два авиационных двухцилиндровых ДВС и способен переносить до 100 кг на расстояние около 1000 км.

Экстренная доставка в регионы стихийных бедствий часто исключает использование систем с горизонтальным взлетом. В таких случаях целесообразно применение БВС вертикального взлета и посадки, в том числе вертолетного типа.



Рисунок 18 – БВС вертолетного типа UVH-170 [18]

Компания UAVOS разработала БВС вертолетного типа UVH-170, показан на рисунке 18, оснащенный четырехтактным авиационным ДВС мощностью в 7 кВт и способным переносить до 27 кг полезной нагрузки на расстояние до 350км при крейсерской скорости в 60 км/ч. БВС разработан с учетом жаркого и влажного тропического климата, с рабочими температурами от -35 до +50 градусов Цельсия.

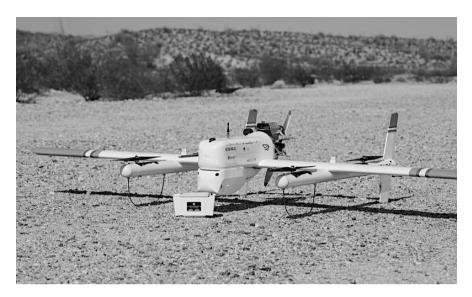


Рисунок 19 – Крылатый мультикоптер HQ-40 [19], предназначенный для экстренной доставки биологических образцов

Крылатый мультикоптер HQ-40 разработки компании L-3 Unmanned Systems, показан на рисунке 19, в модификации, предназначенной для экстренной доставки биоматериалов для дальнейшего анализа, медикаментов, препаратов плазмы крови в отдаленные регионы. Особенно актуально использование в тропических регионах, где регулярно возникает необходимость экстренной доставки противоядий от укусов ядовитых рептилий и членистоногих.

## 3 Обзор разработок в области БВС сельскохозяйственного назначения, авиационного распределения веществ и биологических объектов

Для нужд сельского хозяйства целесообразно применение беспилотных вертолетов, крылатых мультикоптеров, в том числе лёгких конвертопланов, сочетающих возможность взлета и посадки на неподготовленную ограниченную поверхность с достаточно длительным временем полета.



Рисунок 20 – Конвертоплан Tron F90+ [20], предназначенный для нужд сельского хозяйства и геологических исследований

В зависимости от полезной нагрузки, Tron F90+ может применяться как для картографирования, так и для выявления поврежденных вредителями или болезнями участков поля, неравномерности посевов и прочих задач аграрного сектора. Общий вид конвертоплана показан на рисунке 20.

Для точечной обработки выявленных проблемных участков целесообразно использование БВС, способных зависать, либо крайне медленно (10-20~км/ч) пролетать над обрабатываемой зоной.

Наиболее подходящим решением на сегодняшний день является одновинтовая вертолетная схема либо мультикоптерная схема. БВС вертолетного типа Hercules 30 разработки компании Homeland Surveillance & Electronics LLC построен по классической одновинтовой схеме вертолета Сикорского с рулевым хвостовым винтом.

В качестве силовой установки используется одноцилиндровый двухтактный авиационный ДВС Hirth F-33 мощностью в 21 кВт, масса полезной нагрузки составляет 30 кг в подвесном баке. Реальное применение показано на рисунке 21.



Рисунок 21 – БВС вертолетного типа Hercules 30 [21]

Некоторые системы способны распределять и твердые субстанции в гранулах, например, удобрения или посевной материал. FAZER R разработки компании Yamaha имеет конфигурацию с двумя бункерами для сыпучих материалов, общей массой в 30 кг. Аппарат оснащается четырехтактным ДВС, мощностью в 20,6 кВт. При максимальной взлетной массе в 81 кг, дальность полета составляет 90 км, максимальная скорость 20 м/с. Yamaha FAZER R в реальном применении показан на рисунке 22.



Рисунок 22 — БВС вертолетного типа Yamaha FAZER R[22]

Некоторые беспилотные вертолеты используют схему «синхрокоптер». Например, SDO 50V2 разработки компании SwissDrones (на рис. 23 показан с полезной нагрузкой в виде бака и форсунок-распылителей).



Рисунок 23 – Синхрокоптер SDO 50V2 компании SwissDrones [23]

Благодаря использованию конструкции типа синхрокоптер, SDO 50V2 может нести полезную нагрузку до  $45~\rm kr$ , при собственном весе в  $42~\rm kr$  [24]. Максимальная взлетная масса составляет  $87~\rm kr$ , при времени полета  $2.5~\rm yr$ .

Мультикоптер аграрного назначения DJI AGRAS MG-1 разработки китайской компании DJI, изображен на рисунке 24, использует 8 двигателей и, соответственно, является октокоптером. БВС имеет максимальную взлетную массу 24,5 кг, полезная нагрузка в виде подвесного бака или бункера для сыпучих веществ до 10 кг.

Крылатые мультикоптеры также имеют перспективы использования в аграрном хозяйстве. Подобная схема позволяет достаточно долго находиться в воздухе, сохранив возможность взлета и посадки на неподготовленные площадки, что весьма важно для использования в сельском хозяйстве.

БВС компании Guangdong Guo-An Intelligent Aviation Technology построен по схеме крылатого мультикоптера, использует авиационный ДВС для поступательного движения и электродвигатели для вертикального взлета и посадки.



Рисунок 24 – Октокоптер DJI AGRAS MG-1 [25]

Способен нести полезную нагрузку до 10 кг при максимальной взлетной массе в 40 кг, длительность полета до 4 ч с полной нагрузкой. Общий вид БВС показан на рисунке 25.



Рисунок 25 — Крылатый мультикоптер разработки Guangdong Guo-An Intelligent Aviation Technology Co., Ltd [26]

# 4 Обзор разработок в области БВС, предназначенных для наблюдения с воздуха, картографирования и спасательных работ

Способность БВС нести различное оборудование и подолгу оставаться в воздухе делает их незаменимыми для картографирования и исследования местности. Возможность создания полуавтономных станций обслуживания открывает перспективы покрытия БВС труднодоступных регионов, например, горных массивов. По данным European Resuscitation Council (ESC), за последние 10 лет 707 человек погибло в регионе Австрийских Алып, из них 37% по причинам, связанным с внезапной остановкой сердца. Для экстренной медицинской помощи в таких случаях широко применяется так называемый автоматический внешний дефибриллятор (AED), по массогабаритным характеристикам подходящий для доставки при помощи БВС [27]. Покрытие региона базовыми станциями с заранее снаряженными БВС позволяет в кратчайшие сроки выполнить доставку АЕD пострадавшему и существенно увеличивает шансы на спасение. Общий вид подобных БВС изображен на рисунке 26.



Рисунок 26 – БВС мультикоптерного типа с АЕД [28]

Для картографирования критическим параметром служит время нахождения в воздухе, что делает целесообразным использования классических самолетных схем БВС. Развитие технологий построения углепластиковых элементов конструкции и технологий автопилота позволяет создавать легкие, компактные БВС, с длительностью полета свыше 20 ч.



Рисунок 27 – БВС самолетного типа Penguin B [29]

БВС Penguin В разработки компании UAV Factory использует инжекторный авиационный ДВС с интегрированным генератором мощностью в 100 Вт для питания бортовых систем и полезной нагрузки. Аппарат способен находиться в воздухе до 26.5 ч с полезной нагрузкой в 4 кг, при снижении запаса топлива возможен рост полезной нагрузки до 10 кг. Масса пустого БВС 11,5 кг, при максимальной взлетной массе в 21,5 кг что делает Penguin В одним из лидирующих по транспортной эффективности в сегменте. Рисунок 27 показывает возможность внеаэродромного базирования этой системы.

Увеличение времени беспосадочного полета для мультикоптерных систем идет по пути использования гибридных силовых установок с использованием авиационных ДВС либо газотурбинных двигателей. Airborg H8 10K разработки американской компании Top Flight Technologies (рисунок 28) использует гибридную силовую установку — авиационный ДВС питает генератор, дающий энергию на электродвигатели пропеллеров. Такая конструкция позволяет в полной мере использовать преимущества высокой плотности энергии углеводородного топлива. БВС способен находиться свыше 1 ч в воздухе при полной полезной нагрузке в 10 кг.



Рисунок 28 — Мультикоптер с гибридной силовой установкой Airborg H8  $10 {\rm K}~[30]$ 

Максимальная взлетная масса  $50~\rm kr$  у существующего прототипа, компания ведет работы над созданием БВС с массой полезной нагрузки около  $100~\rm kr$ .

Канадская компания SOAPdrones разработала перспективный БВС мультикоптерного типа, показан на рисунке 29, использующий пропеллеры с изменяемым шагом винта.

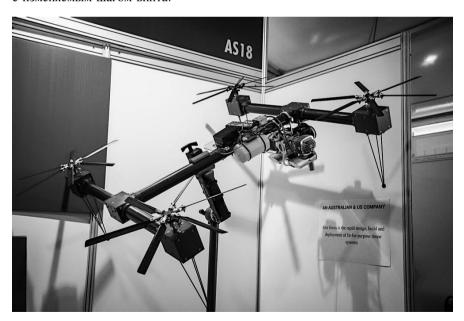


Рисунок 29 — Мультикоптер Belias с изменяемым шагом винта компании SOAPdrones [31]

В БВС Веlias каждый из пропеллеров вращается с постоянной частотой, управление тягой каждого движителя происходит за счет изменения шага винта пропеллеров. Так же подстройка шага винта дает возможность оптимизировать угол атаки лопасти пропеллера в соответствии с текущими оборотами. Подобная схема позволяет достичь высоких показателей маневренности и энергоэффективности. Прототип имеет время полета около 3 часов с полезной нагрузкой в 10 кг, при максимальной взлетной массе в 22 кг. Компания-разработчик заявляет, что прототип масштабируется вплоть до 200 кг полезной нагрузки.

## 5 Обзор разработок в области БВС военного и многоцелевого назначения с массой полезной нагрузки от 10 кг до 75 кг

Возможность не подвергать риску экипаж, относительная дешевизна и компактность делают БВС всех типов незаменимыми для современных задач разведывательного обеспечения операций и непосредственно как носителей высокоточного оружия. Неотъемлемым преимуществом БВС является также их малая заметность при помощи радиолокации и сравнительно низкий уровень шума.



Рисунок 30 – БВС вертолетного типа Northrop Grumman R-BAT [32]

Для военного применения в составе малых пехотных групп важно минимизировать следы развертывания системы БВС. По этим соображениям, а также из-за способности зависать над зоной огневого контакта с противником, часто используются вертолетные схемы. Northrop Grumman R-BAT способен находиться в воздухе более 4 часов, с полезной нагрузкой около 20 кг на высоте до 2 км. БВС выполнен по классической схеме одновинтового вертолета Сикорского. Northrop Grumman R-BAT во время демонстрационного полета показан на рисунке 30.

Перспективно использование БВС как носителя высокоточного оружия для поражения отдельно взятых целей с минимальным сопутствующим ущербом, в том числе глубоко за линией фронта.

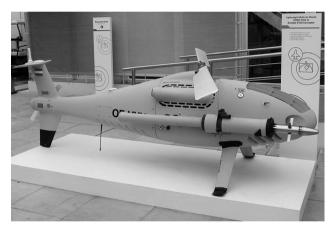


Рисунок 31 – БВС вертолетного типа Schiebel Camcopter S-100 [33]

Разработанный австрийской компанией Schiebel, Camcopter S-100 может нести до двух легкий многоцелевых управляемых ракет на внешнем подвесе. Аппарат построен по классической одновинтовой схеме вертолета Сикорского, в качестве силовой установки используется роторный авиационный ДВС Austro Engine AE50R мощностью в 41 кВт. Имея размеры 3,11 м длины, 1,24 м ширины и 1,12 м высоты низколетящий Camcopter S-100 практически незаметен радарными системами в отличие от пилотируе-

мых вертолетов. Полезная нагрузка около 50 кг при максимальной взлетной массе в 200 кг. Эффективная дальность составляет 180 км, при крейсерской скорости 190 км/ч и максимальным временем полета в 6 часов. Снаряженный легкими многоцелевыми управляемыми ракетами БВС показан на рисунке 31.



Рисунок 32 – БВС вертолетного типа ECA Group Mini UAV IT180-120 [34]

Некоторые малые вертолеты построены по двухвинтовой соосной схеме. БВС ІТ180-120 использует два несущих винта, расположенных на одной оси, с противоположным направлением вращения для компенсации реактивных моментов. Основное достоинство подобной схемы малые габариты. БВС ІТ180-120 использует авиационный ДВС в качестве силовой установки, и способен нести около 5 кг полезной нагрузки при максимальной длительности полета 120 минут и скорости в 70 км/ч. Практический потолок высоты около 3 км. Отличительной особенностью изделия является возможность работы в любых погодных условиях, со скоростью ветра до 60 км/ч. На рисунке 32 UAV ІТ180-120 изображен в базовой комплектации.

В случаях, когда требуется загоризонтное развертывание БВС, перспективным является использование крылатых мультикоптеров, имеющих потенциально больший эффективный радиус чем малые беспилотные вертолеты.



Рисунок 33 – Крылатый мультикоптер Arcturus T-20 Jump [35]

Крылатый мультикоптер Arcturus T-20 Jump использует гибридную силовую установку, электродвигатели для вертикального взлета и посадки, и четырехтактный авиационный ДВС Avgas 110 LL мощностью в 7,5 кВт для горизонтального полета и питания электродвигателей. БВС имеет высокую транспортную эффективность, при массе полезной нагрузки около 30 кг и максимальной взлетной массе в 84 кг. Практический потолок составляет около 3000м, время нахождения в полете до 9 ч при максимальной загрузке. Рисунок 33 показывает предполетную подготовку БВС, хорошо видны электродвигатели вертикального взлета и посадки.

# 6 Оценка перспектив применения различных БВС с массой полезной нагрузки от 10 кг до 75 кг

## 6.1 Перспективы применения БВС самолетного типа, крылатых мультикоптеров конвертопланов и схемы Tail-sitter

БВС самолетного типа наиболее энергоэффективны в горизонтальном полете среди всех рассмотренных в данном аналитическом исследовании.

Длительность полета, большой практический потолок высоты, а также малый уровень вибраций делают их наиболее подходящими для задач картографирования, фотограмметрии, нужд сельского хозяйства, аэрофотосъемки, таксации лесов, геологоразведки, видеонаблюдения за удаленными объектами большой протяженности по типу трубопроводов в труднодоступной местности.

В районах ведение военных действий легкие БВС самолетного типа могут быть использованы как высотные корректировщики огня, ретрансляторы, постановщики помех и т.д. В таблице 1 приведены критические для подобного применения характеристики существующих и перспективных БВС, а также их аналогов. Графическое представление характеристик изображено на рисунке 34.

Таблица 1 - Характеристики БВС схем конвертоплан, крылатый мультикоптер, tail-sitter

Название	Схема	Масса полез- ной нагрузки	Максимальная взлетная масса	Время по-
Northrop Grumman BAT	Конвертоплан	34 кг	159 кг	18 ч
KARI TR-60	Конвертоплан	30 кг	210 кг	6 ч
Arcturus T-20 Jump	Самолет VTOL	30 кг	84 кг	9 ч
DTI RTN KSM150	Конвертоплан/ Tail-sitter	15 кг	25 кг	2.5 ч
4FRONT ROBOTICS Navig 8 Gas	Конвертоплан	31,5 кг	68 кг	1 ч
Tron F90+	Конвертоплан	2 кг	13,5 кг	1,5 ч
JOBY LOTUS	Конвертоплан	27 кг	125 кг	24 ч
JOBY S2	Конвертоплан	175 кг	900 кг	15 ч
Guangdong Guo-An	Крылатый муль- тикоптер	10 кг	40 кг	4 ч
WINGCOPTER DHL Parcelcopter 4.0	Крылатый муль- тикоптер	4 кг	9,6 кг	2 ч

Amazon Prime Air	Крылатый муль- тикоптер	14 кг	кг 3,8 кг 30	
Viking 400	Самолет со взлетом и по- садкой на грунт	45 кг	234 кг	11 ч
UAV Factory Penguin B	Самолет с ката- пультным запус- ком	4 кг	21,5 кг	26,5 ч
Martins UAV V-Bat	Tail-sitter	4 кг	37 кг	8 ч
Current MK1 (MK2)	Tail-sitter	18 кг	-	15 ч
Bell APT 70	Tail-sitter	32	136	55 мин
БВС RQ-2 Pioneer	Самолет с по-	45	188	5.5 ч

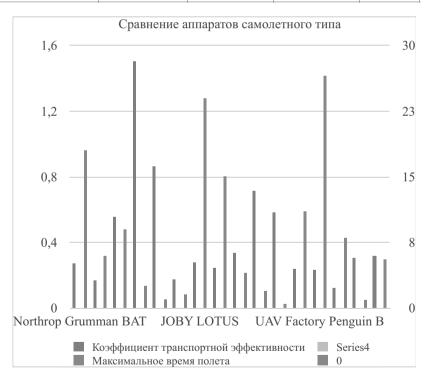


Рисунок 34 — визуализация транспортной эффективности и времени полета БВС из таблицы 1

Наиболее перспективные разработки используют гибридную силовую установку, позволяющую сочетать высокую энергетическую эффективность углеводородного топлива с преимуществами использования электродвижителей

Компоновка Tail-sitter используется сравнительно редко, по причинам сложности обеспечения посадки при сильном ветре, а также на качающуюся или движущуюся платформу.

### 6.2 Перспективы БВС вертолетного типа и мультикоптеров

Основным преимуществом малых БВС вертолетного типа является маневренность, а также способность сравнительно энергоэффективного зависания и движения с малой скоростью. При этом малые беспилотные вертолеты компактны, а их развертывание требует минимального дополнительного оборудования. Небольшие мультикоптеры чаще всего используют электродвигатели, что в перспективе может снизить загрязненность атмосферы в крупных городах.

Нулевое время подготовки к взлету для электрических мультикоптеров делает их подходящими для экстренной доставки жизненно важных медицинских препаратов и медоборудования, такого как автоматические внешние дефибрилляторы (AED) и т.д.

Для гражданских целей целесообразно применение мультикоптеров и БВС вертолетного типа для нужд сельского хозяйства, например, точечном распылении химикатов над проблемной зоной посадок, а также для наблюдения за труднодоступными объектами и контроля периметра.

Мультикоптеры, имея высокое соотношение грузоподьемность/собственный вес, но посредственную дальность, являются успешным средством адресной доставки в границах городских агломераций и мегаполисов. Эти качества делают перспективным применение малых БВС вертолетного типа в составе военных подразделений для непосредственной поддержки наступающих групп. На сегодняшний день наибольшее распространение в этом сегменте получили беспилотные вертолеты с авиационным ДВС, прежде всего из-за высокой энергетической плотности углеводородного топлива. В сегменте мультикоптеров чаще всего используются электродвигатели, как менее шумные и экологичные, что крайне важно для средств адресной доставки. В таблице 2 приведены критические для подобного применения характеристики существующих и перспективных БВС, а также их аналогов, не вошедших в отчет. Графическое представление характеристик изображено на рисунке 35.

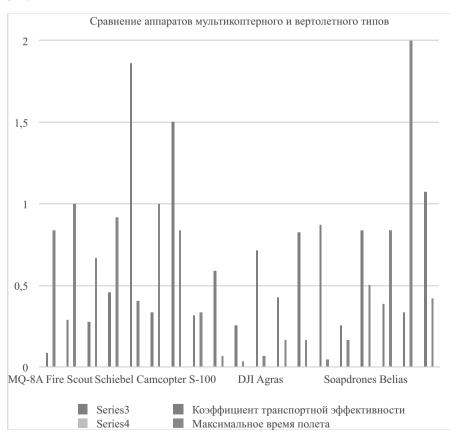


Рисунок 35 — визуализация транспортной эффективности и времени полета БВС из таблицы 2

Таблица 2 – Характеристики БВС схем вертолет и мультикоптер

Название	Схема	Масса полезной нагрузки	Максимальная взлетная масса	Время полета
Northrop Grumman MQ-8A Fire Scout	Одновинтовой вертолет	90 кг	1200 кг	5 ч
Northrop Grumman MQ-8B Fire Scout	Одновинтовой вертолет	320 кг	1430 кг	6 ч
Northrop Grumman R-BAT	Одновинтовой вертолет	20 кг	93 кг	4 ч
DPI DP-12 Rhino	Двухвинтовой вертолет, продольная	67 кг	214 кг	5,5 ч
DPI DP-14 Hawk	Двухвинтовой вертолет, продольная	195 кг	300 кг	2,4 ч
Schiebel Camcopter S-100	Одновинтовой вертолет	50 кг	200 кг	6 ч
UAVOS UVH-170	Одновинтовой вертолет	27 кг	45 кг	5 ч
UAV IT180-120	Двухвинтовой вертолет, со- осная	5 кг	21 кг	2 ч
Yamaha FAZER R	Одновинтовой вертолет	30 кг	81 кг	25 м
Hercules 30	Одновинтовой вертолет	30 кг	150 кг	12 м
EHang Falcon B	Мультикоптер	5 кг	-	1,5 ч
EHang 216 AAV	Мультикоптер	220 кг	-	2 ч
DJI Agras	Мультикоптер	10 кг	24 кг	24 м
Yamaha RMAX	Одновинтовой вертолет	28	94	1 ч
Aboteck Industrial ZS00FB70	Мультикоптер	70	155	1 ч
Sinochip	Мультикоптер	20	43	14 мин

Airborg™ H8 10K	Мультикоптер	10	50	1 ч
Soapdrones Belias	Мультикоптер	10	22	3 ч
INDELA-I.N.Sky	Одновинтовой вертолет	25	90	5
FTSISTEMAS FT-200 FH	Одновинтовой вертолет	20	80	12
SwissDrones SDO 50 V2	Двухвинтовой вертолет-син-хрокоптер	45	87	2.5 ч

### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Использование БВС с массой полезной нагрузки от 10 кг до 75 кг безусловно перспективно во многих отраслях. Выбор аэродинамической схемы и силовой установки прямо зависит от назначения БВС. Так, для длительных высотных полетов целесообразно использование самолетной схемы, крылатых мультикоптеров и конвертопланов по причине высокого практического потолка и способности подолгу находиться в воздухе.

В других задача на малой дальности целесообразно использовать вертолетную схему, благодаря способности вертолетов сравнительно эффективно зависать.

Мультикоптеры все чаще находят применение как эффективное, дешевое и экологически безопасное средство автоматической адресной доставки в крупных городских агломерациях, позволяя компаниям существенно экономить на использовании курьерских автомобилей. Для нужд сельского хозяйства в равной степени используются все схемы, по причине разнообразия возникающих задач.

Задачи геологоразведки, таксации лесов, наблюдения за протяженными удаленными объектами (трубопроводами, ледяным покровом рек, состоянием зимников) требуют БВС с длительным временем полета, часто спо-

собным работать при отрицательных температурах. На сегодняшний день этому требованию отвечают БВС самолетного типа с использованием авиационных ДВС, однако новые технологии, в том числе аддитивные, дали развитие гибридным силовым установкам, позволяющим разрабатывать эффективные конвертопланы.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Viking 400 Unmanned Aircraft System. URL: https://docplayer.net/34065108-Viking-400-unmanned-aircraft-system.html (дата обращения 02.05.2020).
- 2. Pioneer RQ-2A UAV. URL: https://airandspace.si.edu/collection-objects/pioneer-rq-2a-uav/nasm A20000794000 (дата обращения 02.05.2020).
- 3. Global Hawk | NASA. URL: https://www.nasa.gov/centers/armstrong/aircraft/GlobalHawk/index.html (дата обращения 02.05.2020).
- 4. SF Express Approved to Fly Drones to Deliver Goods Caixin Global. URL: https://www.caixinglobal.com/2018-03-28/sf-express-approved-to-fly-drones-to-deliver-goods-101227325.html (дата обращения 02.05.2020).
- 5. Fire Scout VTUAV Naval Technology. URL: https://www.navaltechnology.com/projects/fire-scout-vtuav/ (дата обращения 02.05.2020)
- 6. DP-14 HAWK | DPI UAV Systems. URL: http://www.dragonflypictures.com/products/dp-14-hawk/ (дата обращения 02.05.2020).
- 7. Cardi VD200. Specifications. A photo. URL: <a href="http://avia-pro.net/blog/cardi-vd200-tehnicheskie-harakteristiki-foto">http://avia-pro.net/blog/cardi-vd200-tehnicheskie-harakteristiki-foto</a>
- $8.\ V\text{-BAT}-MartinUAV.-URL: http://martinuav.com/portfolio/v-bat/ (дата обращения 02.05.2020).$
- 9. DTI RTN KSM150. Технические характеристики. Фото. URL: http://avia.pro/blog/dti-rtn-ksm150-tehnicheskie-harakteristiki-foto (дата обращения 02.05.2020).
- 10. UAV R&D > Aerospace. URL: https://www.kari.re.kr/eng/sub03\_01\_01.do (дата обращения 02.05.2020).
- 11. EHang | UAM Passenger Autonomous Aerial Vehicle (AAV). URL: https://www.ehang.com/ehangaav (дата обращения 02.05.2020).
- 12. Project focuses on delivery terminals for parcel-carrying drones | Post & Parcel. URL: https://postandparcel.info/66661/news/new-project-focuses-on-drone-delivery-terminal/ (дата обращения 03.05.2020).
- 13. Drone meets delivery truck | UPS Estados Unidos. URL: https://www.ups.com/us/es/services/knowledge-center/article.page?kid=cd18bdc2 (дата обращения 03.05.2020).
- 14. CES 2017: Mercedes built a van with autonomous drones and robot arms to deliver the packages of tomorrow Quartz. URL: https://qz.com/879605/mercedes-made-a-crazy-van-with-built-in-drones-and-robot-arms-to-deliver-the-packages-of-tomorrow/ (дата обращения 03.05.2020).

- 15. Amazon.com: Prime Air. URL: https://www.amazon.com/Amazon-Prime-Air/b?ie=UTF8&node=8037720011(дата обращения 03.05.2020).
- 16. Deutsche Post DHL Group | DHL Parcelcopter. URL: https://www.dpdhl.com/en/media-relations/specials/dhl-parcelcopter.html (дата обращения 03.05.2020).
- 17. Drones capable of carrying 220lb loads to take vital supplies to island hospital BelfastTelegraph.co.uk. URL: https://www.belfasttelegraph.co.uk/news/uk/drones-capable-of-carrying-220lb-loads-to-take-vital-supplies-to-island-hospital-39156388.html (дата обращения 03.05.2020).
- 18. UAV Helicopter UVH 170 UAVOS Unmanned Systems Development, Research and Integration. URL: https://www.uavos.com/products/vtols/uav-helicopter-uvh-170 (дата обращения 04.05.2020).
- 19. L3 Latitude Engineering. URL: https://www2.l3t.com/latitudeengineering/ (дата обращения 04.05.2020).
- 20. Tron F90Plus Quantum-Systems. URL: https://www.quantum-systems.com/project/tron-f90/ (дата обращения 04.05.2020).
- 21. Hercules UAV Crop Duster Sprayer Helicopter UAV. URL: http://www.uavcropdustersprayers.com/hercules uav.htm (дата обращения 04.05.2020).
- 22. Precision Agriculture Fazer R. URL: https://www.yamahamotorsports.com/motorsports/pages/precision-agriculture-fazer-г (дата обращения 04.05.2020).
- 23. Helicopter UAV SDO 50V2 Swissdrones aerial photography / inspection / mapping. URL: https://www.directindustry.com/prod/swissdrones/product-181673-1790016.html (дата обращения 04.05.2020).
- 24. SwissDrones SDO 50 V2 Skyline UAV. URL: https://www.skylineuav.com.au/fleet/swissdrones-sdo-50-v2/ (дата обращения 04.05.2020).
- 25. AGRAS MG-1 DJI's First Agriculture Drone DJI. URL: https://www.dji.com/mg-1?site=brandsite&from=nav (дата обращения 04.05.2020).
- 26. Guangdong Guoan Tonghang Intelligent Aviation Technology Development Co., Ltd. Industrial UAV, commercial drone. URL: https://gaiauav.en.alibaba.com/?spm=a2700.icbuShop.88.13.50474e6dm3BLLj (дата обращения 04.05.2020).
- 27. Optimal allocation of defibrillator drones in mountainous regions. URL: https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/s00291-020-00575-z.pdf (дата обращения 04.05.2020).
- 28. Transforming cardiac emergency care with drone delivery of AEDs. URL: https://www.usfa.fema.gov/current\_events/022218.html (дата обращения 04.05.2020).

- 29. UAV Factory Unmanned Platforms and Subsystems. URL: https://www.uavfactory.com/product/46 (дата обращения 04.05.2020).
- 30. New Airborg H8 10K Top Flight Technologies. URL: http://www.tflighttech.com/products/airborg-h8-10k-with-top-flight-hybrid-powersystem.html (дата обращения 04.05.2020).
- 31. SOAPdrones variable pitch quadcopter uses petrol power for heavy-lifting endurance. URL: https://newatlas.com/soapdrones-variable-pitch-multirotor-endurance/48202/ (дата обращения 04.05.2020).
- 32. The Rotary-Bat (R-Bat) Northrop Grumman. URL: https://www.northropgrumman.com/air/rotary-bat/ (дата обращения 04.05.2020).
- 33. CAMCOPTER S-100 Schiebel. URL: https://schiebel.net/products/camcopter-s-100/ (дата обращения 04.05.2020).
- 34. UAV IT180-120 / Unmanned Aerial Vehicle | Eca Group. URL: https://www.ecagroup.com/en/solutions/uav-it180-120-unmanned-aerial-vehicle (дата обращения 04.05.2020).
- $35.\ JUMP\ 20\ |\ Arcturus\ UAV.-URL:\ https://arcturus-uav.com/product/jump-20 (дата обращения 04.05.2020).$

## ЛЕКЦИЯ 4. ОСНОВЫ АЭРОДИНАМИКИ АВИАЦИОННОГО ТРАНСПОРТА

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение
1 Транспортная задача
2 Дальность полёта
2.1 Уравнения движения и энергии летального аппарата105
2.2 Зависимость аэродинамического качества от скорости полёта106
2.3 Теоретическая дальность полёта – дальность Бреге110
2.4 Составляющие массы ЛА и его конструктивное совершенство111
3 Создание силы тяги
Заключение
Литература

## ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

БЛА – беспилотный летательный аппарат.

ВВП – вертикальный взлёт и посадка.

ВРД – воздушно – реактивный двигатель.

ДТРД – двухконтурный турбореактивный двигатель.

КВП – короткий взлет и посадка.

ЛА – летательный аппарат.

ПВРД – прямоточным воздушно-реактивным.

ТРД – турбореактивный двигатель.

g – ускорение свободного падения  $9.8 \text{ м/c}^2$ .

H – удельная теплотворная способность топлива.

K = Y/X – аэродинамическое качество.

 $K_p = \eta_p Y/X$  – энергетическое качество.

**М** – число Маха (скорость v/скорость звука a).

m — масса летательного аппарата.

 $m_E$  – масса двигателя.

 $m_F$  — масса топлива.

 $m_p$  – масса полезной нагрузки.

P — тяга, направленная вдоль траектории.

R – дальность полёта.

V – скорость полёта, скорость набегающего потока воздуха.

v — местная скорость потока.

X — сила сопротивления.

Y – подъемная сила.

 $\eta_p$  – пропульсивный коэффициентом полезного действия.

ρ – плотность.

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящей лекции рассматриваются аэродинамические основы проектирования транспортных авиационных систем и их силовых установок. Показано, что большинство авиационных работ включают в себя в той или иной форме задачу перевозки полезной нагрузки. Введено понятие теоретической дальности полёта (дальности Бреге) как характеристики эффективности летательного аппарата (ЛА), при прочих равных условиях. Рассмотрены основы реактивного движения. Показано, что создание силы тяги за счет отбрасывания масс воздуха (или запасенного рабочего тела) в направлении, противоположном движению, наделяет воздушный транспорт уникальным свойством, которое отличает его от всех других видов транспорта. А именно, дальность воздушного судна в первом приближении не зависит от скорости движения. Введены критерии эффективности проектирования воздушного судна – аэродинамическое и энергетическое качество. Рассмотрено влияние скорости полёта.

## 1 Транспортная задача

Большинство авиационных работ можно представить в виде совокупности (объединения или пересечения множеств) перевозки полезной нагрузки, а также решения задач обнаружения объектов, наблюдения, контроля и мониторинга. В том или ином виде транспортная задача присутствует в летательных аппаратах любого назначения. Даже экспериментальные ЛА несут некоторую полезную нагрузку – контрольно-измерительные системы и экспериментальное оборудование.

Эффективность перевозки грузов, людей, полезной нагрузки зависит от многих факторов: аэродинамического и энергетического качества ЛА, совершенства его силовой конструкции и силовой установки.

В современном представлении понятие эффективности перевозок неразрывно связано с минимизацией расходов, что должно обеспечивать получение перевозчиками максимальной коммерческой выгоды. Однако это не единственный возможный подход. Функцию полезности транспортного ЛА можно сформулировать и по-другому.

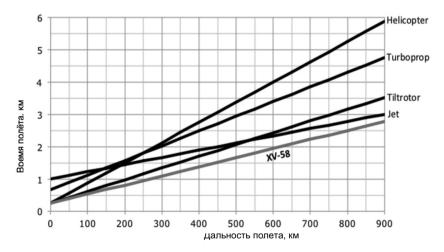
В случае перевозки пассажиров важным показателем эффективности может служит время перелёта. Так, исследования, выполненные классиком аэродинамики Кюхеманом [1], показали, что комфортным для человека является деловая поездка продолжительностью до двух часов и туристическая – до трёх. За счет увеличения удобства кресел и качества обслуживания эти показатели могут быть увеличены до 30 - 60 минут. Исследования, выполненные рабочей группой «Аэронет» Национальной Технологической Инициативы [2], привели к аналогичным выводам относительно доставки экстренных грузов и оказания медицинской помощи.

Для типичных регионов таких, как Европа и Европейская часть России, характерное потребное время перевозки составляет не более 2-3 часов. Для обширных и более удаленных регионов, например, в Африке, Канаде, восточной части России эта величина возрастает до 3-4 часов, но не более.

В Китае принята концепция доставки грузов всеми видами транспорта, известная, как «1-2-3». Она подразумевает выделение внутри крупных городов трёх зон: доставка за 1 час, 2 часа, 3 часа. Внутри Китая выделяется также три зоны: доставка любого груза за 1 день, 2 дня, 3 дня. Доставка в соседние страны — за 1 неделю, в развитые страны — за 2 недели, в любую отдалённую точку мира за 3 недели.

Таким образом, к авиационному транспорту, как и любому другому, предъявляются несколько основных требований: грузоподъемность, скорость доставки, включая разгрузку, погрузку и простой в аэропорту, стоимость перевозки единицы груза на заданную дальность.

Время перевозки зависит не только собственно от скорости крейсерского полёта, но и от времени подготовки к взлёту и времени ожидания в аэропорту после посадки (рис.1).



helicopter – вертолет, turboprop – турбовинтовой самолет, tiltrotor – конвертоплан, XV-58 – гипотетический летательный аппарат самолетного типа с подъемными винтами в крыле compound rotocraft, jet – реактивный самолет

Рисунок 1 — Сравнение времени полета на заданную дальность с учетом подготовки к вылету для разных типов летательных аппаратов [3]

Ниже рассмотрены основные законы, определяющие характеристики ЛА и его силовых установок, а также их эффективность.

#### 2 Дальность полёта

## 2.1 Уравнения движения и энергии летального аппарата

Пусть ЛА движется со скоростью

$$\frac{ds}{dt} = V(s, h, t), \tag{2.1}$$

s — путь, он измеряется вдоль траектории; h(s) — высота полёта по нормали к поверхности Земли, t(s) — время полета. Здесь мы, как обычно, различаем скорость ЛА и некоторые средние характерные скорости потока, которые обозначаем большой буквой V, а также местные скорости потока, которые обычно обозначаются маленькими буквами v или u. Пусть  $dh/ds\gg 1$ , это означает, что наклон траектории предполагается малым и её кривизну можно не учитывать. Тогда закон движения будет описываться уравнением

$$m\frac{dV}{dt} = 2m\frac{dV^2}{ds} = P - X - mg\frac{dh}{ds}, \qquad (2.2)$$

где m — масса самолёта, P — тяга, направленная вдоль траектории, и X — сила сопротивления, g — ускорение свободного падения  $9.8~{\rm m/c^2}$ . Если также известны силы, направленные по нормали к траектории, т.е. известно, как вес уравновешивается подъемной силой Y, то имеются два уравнения движения.

Рассмотрим частный случай крейсерского полета на постоянной высоте и с постоянной скоростью, т.е.  $\frac{dh}{ds}=0\,$  и  $V=dRdt\,,\,R$  — дальность полёта. Тогда из уравнения (2.2) следует P=X и нормальные к траектории силы

$$Y = g(m - m_{\scriptscriptstyle E}(t)), \tag{2.3}$$

где m — начальная полная масса и  $m_F(t)$  — масса топлива, сгоревшего за время t. Найдём энергию, которая затрачивается на производимую в единицу времени работу:

$$XV = g \frac{m - m_F(t)}{\frac{Y}{X}} \cdot \frac{dR}{dt}. \tag{2.4}$$

Энергия, получаемая от сгорания топлива за единицу времени:

$$E = H \cdot \eta_p \cdot g \frac{dm_F}{dt}. \tag{2.5}$$

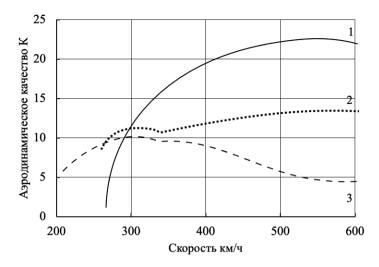
В уравнении (2.5) H — удельная теплотворная способность топлива, т.е. количество получаемого тепла от единицы его веса;  $\eta_p$  — пропульсивный коэффициентом полезного действия, это - отношение работы силы тяги к подводимому в поток воздуха теплу;  $\frac{dm_F}{dt}$  — расход топлива в единицу времени. С помощью уравнений (2.4-2.5) можно рассчитать, как далеко будет лететь ЛА с заданным запасом топлива.

## 2.2 Зависимость аэродинамического качества от скорости полёта

ЛА могут иметь различные несущие системы: крыло, вертолетный винт или их комбинацию. Введем безразмерное число, характеризующее эффективность ЛА, K = Y/X — аэродинамическое качество (отношение подъемной силы к сопротивлению).

Подъемная сила может создаваться крылом, винтом (вентилятором), реактивной струей или их комбинацией. Аэродинамическое качество несущей системы каждого вида сильно зависит от скорости полёта (рис.3).

Как видно на рисунке 2, имеется область скоростей полета, где все три типа несущей системы примерно эквиваленты. Но, начиная со скорости  $V=300~{\rm km/y}$ , крыло имеет очевидное преимущество.

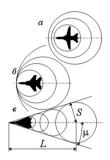


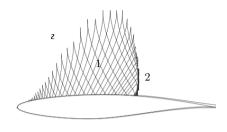
1 – Прямое крыло, 2 – крыло + несущий винт, 3 – несущий винт
 Рисунок 2 – Сравнение аэродинамического качества различных схем несущей системы воздушного судна при разных скоростях [4]

Аэродинамическое качество крыла K с увеличением скорости непрерывно растет, пока не начинает сказываться сжимаемость воздуха (для прямого толстого крыла — V > 600 км/ч). На крыле появляются местные сверхзвуковые зоны и скачки уплотнения (рис.3), что приводит к росту сопротивления.

Данное явление получило название волнового кризиса. Оттянуть его наступление можно, применив стреловидное крыло, т.к. для характера обтекания важна составляющая скорости по нормали к передней кромке, а не абсолютная её величина (рис.3-б). Возмущения в потоке распространяются со скоростью звука a в виде волн сжатия (рис.4-а,б,в).

На сверхзвуковых скоростях волны образуют конус с углом  $\mu$ , который называется углом Маха. За время t ЛА успевает пролететь расстояние L, а создаваемые им возмущения распространиться на расстояние S.



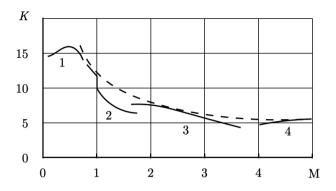


a — дозвуковой полёт,  $\delta$  — околозвуковой полёт,  $\epsilon$  — сверхзвуковой полёт,  $\epsilon$  — волновой кризис (волны возмущения 1 и скачок уплотнения 2)

Рисунок 3 – Различные режимы полёта

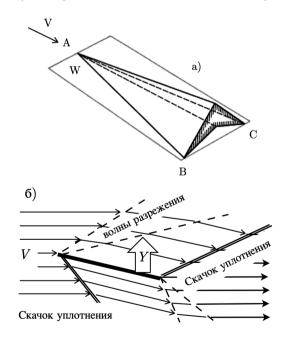
При проектировании сверхзвуковых ЛА угол стреловидности передней кромки  $\chi$  стараются выбирать таким, чтобы ЛА оставался внутри конкурса Маха (рис.3-в). Чем больше скорость, тем больше должен быть угол стреловидности. Когда угол стреловидности превышает  $30^{\circ}$ , крыло часто делают треугольным. Для характеристики скорости вводят безразмерное **число** Маха  $\mathbf{M} = V/a$ .

При сверхзвуковых скоростях M > 1. Пока газ можно считать несжимаемым, аэродинамическое качество прямого крыла K растёт с увеличением скорости (рис.4). Затем с момента наступления волнового кризиса K начинает падать. При переходе через звуковой барьер ( $M \approx 1$ ) K падает скачком (кривая 2 на рис.4). На сверхзвуковых скоростях, из-за волнового сопротивления и увеличения сопротивления трения, K падает. На скоростях полёта, примерно соответствующих M = 2, более эффективным является крыло малого удлинения, форма которого близка к треугольной (3 на рис.4, в — на рис.3). На еще бо́льших скоростях поя вляется возможность использовать энергию ударных волн для увеличения подъемной силы (4 на рис.4). В будущем вполне возможно появление M нового типа — волнолётов, у которых несущая система образована поверхностью ударных волн, а подъемная сила создается за счет разворота потока на присоединенной к нижней поверхности M ударной волне (рис.5).



1 — самолёт с прямым крылом, 2 — самолёт со стреловидным крылом, 3 — самолёт с треугольным крылом, 4 — волнолёт

Рисунок 4 — Зависимость аэродинамического качества K от числа Маха  $\mathbf{M} = V/a$  для различных типов летательных аппаратов



ABC — передняя кромка волнолёта, к которой присоединена ударная волна; W — плоскость ударной волны; V — скорость потока; Y — подъёмная сила

Рисунок 5 – Волнолёт (а) и схема образования подъемной силы (б)

### 2.3 Теоретическая дальность полёта – дальность Бреге

Найдём дальность полёта при известном запасе топлива mF и пропульсивном КПД  $\eta_p$ . Приравняем производимую работу (2.4) и располагаемую энергию (2.5)

$$\frac{m - m_F(t)}{Y / X} \cdot \frac{dR}{dt} = H \cdot \eta_p \cdot \frac{dm_F}{dt}. \tag{2.6}$$

По аналогии с аэродинамическим качеством введем  $K_p = \eta_p Y/X$  — энергетическое качество. Энергетическое качество характеризует «летучесть» ЛА с учетом эффективности и планера, и силовой установки. Как будет показано далее в разделе 3, с увеличением скорости полёта можно ожидать роста пропульсивного КПД со скоростью, равной скорости уменьшения аэродинамического качества  $\frac{Y}{X}$ . Тогда энергетическое качество  $K_p$  должно оставаться примерно постоянным. Уровню развития авиационной техники конца XX века соответствует приблизительно  $K_p = \pi$ , а в перспективе данная величина будет увеличиваться примерно до  $K_p = 5$ , что является, по-видимому, пределом развития ЛА классического типа.

Равенство (2.6) можно преобразовать так, чтобы появился показатель эффективности  $K_p = H \eta_{_p} \cdot Y \ / \ X$  ,

$$\frac{dR}{dt} = H\eta_{p} \frac{Y}{X} \frac{\frac{dW_{F}(t)}{dt}}{m - m_{F}(t)} = H\eta_{p} \frac{Y}{X} \frac{d}{dt} \left[ -\ln(m - m_{F}) \right], \tag{2.7}$$

 $K_p$ , как оговорено выше, предполагается постоянными. Интегрирование по всему времени полета дает выражение

$$R = H\eta_{p} \frac{Y}{X} \ln \frac{m}{m - m_{F}} = H\eta_{p} \frac{Y}{X} \ln \frac{1}{1 - \frac{m_{F}}{m}},$$
(2.8)

Для малой дальности (2.8) можно упростить:

$$R \approx H \eta_p \frac{Y}{X} \frac{m_F}{m}$$
, если  $\frac{m_F}{m} \gg 1$ . (2.9)

Это уравнение дальности Бреге. Дальность Бреге может рассматриваться как критерий интегрального качества всего ЛА, чем она, при прочих равных условиях больше, тем лучше самолет, в том смысле, что можно достичь большей дальности полета с заданным запасом топлива. Анализируя формулы (2.8-2.9), можно сделать вывод, что при прочих равных условиях и заданном объёме топлива дальность тем больше, чем выше теплотворная способность топлива H, аэродинамическое качество K и конструктивное совершенство планера, которое определяется относительным запасом топлива  $m_F/m$ . H для топлива керосин/воздух  $-2.88 \cdot 10^6$  Дж/кг.

### 2.4 Составляющие массы ЛА и его конструктивное совершенство

Для того, чтобы иметь возможность воспользоваться формулой для вычисления дальности Бреге, нужно уметь вычислять составляющие массы ЛА. Рассмотрим такой тип самолета или вертолёта, который имеет раздельные средства для размещения груза (фюзеляж), создания подъемной силы (крылья или вент), тяги (двигатели) и управления.

Составляющие массы могут определяться следующим образом. Некоторые из них должны быть приблизительно пропорциональны полной массе  $c_1m$ . Эти составляющие: крыло, шасси, оборудование, приборы и резерв топлива.

Другие должны быть пропорциональны полезной нагрузке  $c_2m_p$ . Они включают саму полезную нагрузку, вес фюзеляжа и его оборудования. Масса двигателей  $m_{\scriptscriptstyle E}$  и топлива  $m_{\scriptscriptstyle F}$  определяются назначением ЛА.

Величину  $\frac{m_F + m_P}{m}$  можно назвать конструктивным совершенством ЛА. Чем легче пустой самолет, тем больше может быть полезная нагрузка  $m_p$  и больше топлива  $m_F$  он может взять при заданном полном весе и тем больше будет дальность полета R.

Масса двигателей сильно зависит от условий взлета и посадки. У вертикально взлетающего самолёта (СВВП) масса  $m_E$  на 30-40% больше, чем у обычного самолёта.

Тогда массу можно записать в виде

$$m = c_1 m - c_2 m_p + m_p + m_p + m_p. (2.10)$$

В этом равенстве

$$\frac{m_F}{m} = 1 - e^{-\left(\frac{R}{H}\eta_p, \frac{Y}{X}\right)} \approx \frac{R}{H}\eta_p \cdot \frac{Y}{X}, \tag{2.11}$$

что следует из уравнений (2.7) и (2.8).

Относительная полезная нагрузка равна

$$\frac{m_p}{m} = \frac{1}{c_2} \left( 1 - c_1 - \frac{m_E}{m} - \frac{m_F}{m} \right) \approx \frac{1}{c_2} \left( 1 - c_1 - \frac{m_E}{m} - \frac{R}{H \eta_p \cdot \frac{Y}{X}} \right). \tag{2.12}$$

Эмпирические коэффициенты, характеризующие в (2.10) и (2.12) совершенство конструкции, медленно уменьшаются от значений,  $c_1=0.35$  и  $c_2=0.25$ , типичных для конца XX века, до прогнозируемых в будущем  $c_1=0.25$  и  $c_2=0.2$ .

Относительный вес двигателя классического реактивного самолета  $m_E/m$  приблизительно равен  $0.1 \div 0.2$ . Двигатели для сверхзвукового полета также, как и для укороченного или вертикального взлета и посадки, могут быть гораздо тяжелее.

#### 3 Создание силы тяги

Фактор дальности

$$\frac{R}{H\eta_{p} \cdot \frac{X}{V}} \tag{3.1}$$

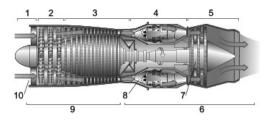
в уравнениях (2.11) и (2.12) зависит только от самой дальности и не зависит от скорости полета. Поэтому относительный вес топлива, в соответствии с (2.11), прямо пропорционален дальности и не зависит от скорости. Это замечательное свойство не наблюдается у других видов транспорта.

Никакой другой вид транспорта не обладает потенциальной возможностью увеличивать скорость с увеличением расстояния, которое нужно преодолеть, и вследствие этого сохранять примерно постоянным время путешествия.

Простейшим случаем реактивного движения является ракетный двигатель, в котором и горючее, и окислитель запасены на борту.

В типичном воздушно-реактивном двигателе (ВРД, рис.6) атмосферный воздух сжимается в воздухозаборнике (1) и компрессоре (2-3) до оптимального для сжигания горючего давления, нагревается в камере сгорания (4) за счет сжигания горючего, ускорятся в сопле (5) путем преобразования запасенной внутренней энергии в кинетическую энергию выхлопной струи за счет уменьшения температуры и давления.

За счет разницы количества движения  $\rho v^2 F$  в струе выбрасываемых из сопла продуктов сгорания массой  $\rho_{\rm jet} v_{\rm jet} F_{\rm jet}$ , по сравнению количеством движения воздуха массой  $\rho_0 v_0 F_0$  на входе в воздухозаборник, создается тяга P. В типичных случаях массой горючего в продуктах сгорания по сравнению с массой воздуха можно пренебречь.



1 — воздухозаборник, 2 — компрессор низкого давления, 3 — компрессор высокого давления, 4 — камера сгорания, 5 — турбина и сопло, 6 — горячая часть двигателя (газогенератор), 7 — ротор, 8 — впрыск топлива, 9 — компрессор, 10 — воздух

Рисунок 6 — Типичная схема воздушно — реактивного двигателя на примере турбореактивного двигателя (ТРД)

Также можно допустить, что сжатие и подвод энергии совершается на бесконечно тонком диске площадью  $F_1$ , который условно заменяет собой сжатие в воздухозаборнике, компрессоре и нагрев воздуха в камере сгорания. Такой диск площадью  $F_1$  иногда называют миделем двигателя.

Тогда тяга будет равна изменению количества движения

$$P = \rho_1 v_1 F_1(v_{jet} - V_0), \tag{3.2}$$

где  $\rho_1$  – плотность и  $v_1$  – скорость берутся за диском (в реальности, на выходе из камеры сгорания),  $F_1$  – площадь миделя двигателя,  $v_{jet}$  – скорость струи двигателя (в реальности, на выходе из сопла),  $V_0$  – скорость набегающего потока воздуха на входе в воздухозаборник (скорость полёта ЛА). Таким образом, смысл работы ВРД — ускорение воздуха и создание за счет изменения его количества движения тяги.

Необходимо отметить, что механизм создания тяги может быть и иным, но всё — равно он заключается в изменении количества движения воздуха атмосферы. На рис.7 показано создание тяги в турбовинтовом двигателе (ТВД). В данном случае энергия вырабатывается в двигателе (3 на рис.8), а тратится она на привод винта (1) через редуктор 2.

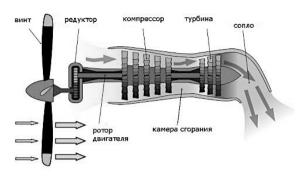
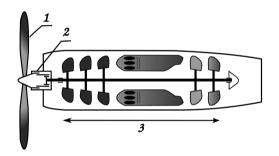


Рисунок 7 – Создание тяги в турбовинтовом двигателе

Винт ускоряет воздух атмосферы, т.е. его скорость за винтом (красные стрелки на рис.7) больше скорости перед винтом (голубые стрелки на рис.7), за счет чего и создается тяга.

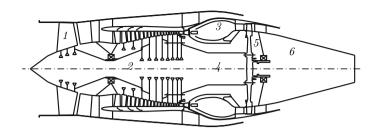


1 - винт, 2 - редуктор, 3 - двигатель

Рисунок 8 – Принципиальная схема турбовинтового двигателя

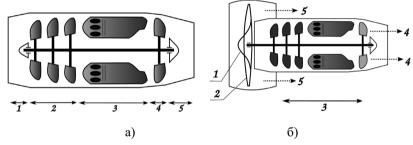
Существуют двигатели, в которых оба описанных способа создания тяги совмещены. Это двухконтурные (ДТРД) или, как их еще называют, турбовентиляторные двигатели (рис.9).

Их отличие от ТРД поясняет рисунок 10. В ТРД («а» на рис.10) вентилятора нет. Компрессор, приводимый во вращение турбиной, сжимает воздух до давления, оптимального для сжигания топлива в камере сгорания. Образующиеся продукты сгорания проходят через сопло, ускоряются в нём и создают тягу.



1 – вентилятор, 2 – компрессор, 3 – камера сгорания, 4 – ротор, 5 – турбина, 6 – сопло

Рисунок 9 – Турбовентиляторный двигатель (ТРД)

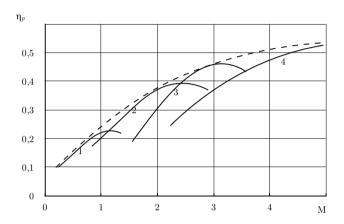


1 – воздухозаборник, 2 – компрессор, 3 – газогенератор, 4 - турбина, 5 – сопло Рисунок 10 - Сравнение турбореактивного (а) и турбовентиляторного (б) двигателя

ДТРД («б» на рис.10) использует для создания тяги реактивную струю продуктов сгорания, истекающую из сопла внутреннего контура за турбиной 4, и вентилятор 5 (компрессор низкого давления), который представляет собой фактически многолопастный воздушный винт, заключенный в кольцо внешнего контура, которое играет роль воздухозаборника 1 для внутреннего контура.

Начиная со скорости, соответствующей  $\mathbf{M}=2.5$ , сжатия воздуха в воздухозаборнике вполне достаточно для эффективного сжигания топлива в камере сгорания. Компрессор уже не нужен, соотвественно, не нужна и турбина. Такой двигатель называется прямоточным воздушно-реактивным (ПВРД). Оптимум работы ПВРД приходится примерно на  $\mathbf{M}=3-3.5$ .

При дальнейшем увеличении скорости возрастают потери при сжатии воздуха в системе скачков уплотнения в воздухозаборнике и его торможении до дозвуковых скоростей. На таких скоростях требуется сжигать горючее уже в сверхзвуковом потоке, что является весьма сложной задачей. Соответствующий двигатель называется сверхзвуковым ПВРД (рис.11).



1 — ДТРД, 2 — ТРД, 3 — дозвуковой ПВРД, 4 — сверхзвуковой ПВРД Рисунок 11 — Зависимость пропульсивного КПД  $\eta_p$  от скорости полёта

Пропульсивный КПД  $\eta_p$  также зависит от числа Маха (рис.11), как и аэродинамическое качество K (рис.2, 4). Иногда удобно ввести удельный импульс двигателя  $I=H\cdot \frac{\eta_p}{V}$  или обратную величину — удельный расход топлива.

Рисунок 11 показывает, что с увеличением скорости полёта пропульсивный КПД непрерывно растёт, как мы и предполагали выше [5]. Точнее, непрерывно растет огибающая кривых  $\eta_p(\mathbf{M})$  двигателей разных типов. Это является следствием возможности создавать тягу реактивных двигателей непосредственным подводом тепла, а не только подводом механической энергии к потоку воздуха.

Тяга реактивного двигателя очень мало зависит от скорости, в то время как, например, поршневой двигатель с увеличением скорости сохраняет постоянной мощность, а тяга винта уменьшается.

Реактивные двигатели могут работать на больших высотах, так, что сопротивление самолета, приблизительно пропорциональное  $\rho \cdot V_0^2$ , можно уменьшить при полёте на большей высоте. Отметим, что это невозможно для самолетов с воздушными винтами и поршневыми двигателями.

#### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Фундаментальным отличием воздушного транспорта от всех прочих видов транспорта является независимость, в первом приближении дальности полёта от скорости. Это является следствием реактивного типа движения, когда тяга создается не за счет непосредственной реакции опоры, как в наземном транспорте, а за счет отбрасывания назад и ускорения воздуха атмосферы при его прохождении через винт или через горячий контур воздушно-реактивного двигателя. Аэродинамическое качество на дозвуковых скоростях растет, а затем, по мере проявления свойств сжимаемости воздуха, начинает падать.

Пропульсивный КПД непрерывно растет, в том смысле, что для более высоких скоростей всякий раз находится подходящий тип двигателя. Можно считать, что энергетическое качество, т.е. «летучесть» летательного аппарата достигает своего максимума при скоростях, соответствующих числу Маха  $\mathbf{M} = 0.75 - 0.8$ , а затем примерно остается постоянным.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Кюхеман Д. Аэродинамическое проектирование самолетов. Пер. с анг./Пер. Н.А.Благовещенский, Г.И.Майкапара. М.:Машиностроение, 1983,-656 с.
- 2 Аэронет 2017 Мы все еще верим в НТИ, и ждем от власти конкретных действий [Электронный ресурс] Режим доступа: http://aerbas.ru/news/2017\_06\_15\_aeronet\_2017\_-my\_vse\_eshche\_verim\_v\_nti, свободный. Яз. рус. (Дата обращения 16.06.2017).
- 3 Executive Summary XV-58 Manta.31 Annual American Helicopter Society International Student Design Competition. Georgia Institute of Technology. 2014.
- 4 Гребеников А.Г., Парфенюк В.В., Парфенюк О.И., Удовиченко С.В.. Анализ и выбор комбинированной схемы скоростного беспилотного летательного аппарата. Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии No 48, 2010, c.51 63.
- 5 Теория, расчет и проектирование авиационных двигателей и энергетических установок: Учебник/В.И.Бакулев, В.А.Голубев, Б.А.Крылов и др.; Под редакцией В.А.Сосунова, В.М.Чепкина М.:Изд-во МАИ, 2003. 688 с.: с ил. ISBN 5-7035-2347-8.

# ЛЕКЦИЯ 5. ОСНОВА РЕАКТИВНОГО ДВИЖЕНИЯ – ЗАКОН СОХРА-НЕНИЯ ИМПУЛЬСА

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	123
1 Закон сохранения количества движения	124
1.1 Вывод уравнения движения	124
1.2 Тяга ракетного двигателя	125
1.3 Тяга эжектора	126
2 Основы воздушно-реактивных двигателей	127
2.1 Принцип действия воздушно-реактивного двигателя	127
2.2 Принцип действия сопла	129
3 Работа двигателя и коэффициент полезного действия	132
3.1 Уравнение энергии	132
3.2 Коэффициент полезного действия	134
Заключение	136
Литература	137

### ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

ВРД – воздушно – реактивный двигатель.

ГТД – газотурбинный двигатель.

A – работа.

 $c_p$  — удельная теплоемкость при постоянном давлении.

 $c_v$  – удельная теплоемкость при постоянном объеме.

 $e_k$  – кинетическая энергия.

F – сила, площадь сечения.

Н – удельная теплотворная способность топлива.

M — число Maxa (скорость v/скорость звука a).

m – масса.

P — тяга двигателя.

p — давление.

q — теплота, энергия, подводимая к рабочему телу.

R — газовая постоянная.

S – элемент площадь поверхности, ограничивающей контрольный объем.

T – температура.

V – контрольный объем.

 $V_0$  – скорость полёта, скорость набегающего потока воздуха.

 $V_{jet}$  – скорость струи, истекающей из двигателя.

v — местная скорость потока.

у – показатель адиабаты.

 $\eta_p$  – пропульсивный коэффициентом полезного действия.

т – вязкое напряжение трения.

 $\rho$  – плотность.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Идею реактивного движения понять достаточно просто. Представим себе человека в аппарате, который он хочет двигать вперед. Не применяя сил реакции, получаемых в результате прямого контакта с землей, он может либо отбрасывать назад массы, запасенные в аппарате, либо захватывать массы из окружающей среды (например, сидя в лодке, зачерпывать воду с помощью весел) и приводить их в движение назад. Аппарат при этом перемещается в противоположном направлении.

Первый метод является основой ракетного двигателя. Второй метод - это основа воздушно-реактивного двигателя. Воздух забирают из атмосферы при движении самолета, подводят к нему энергию и затем выбрасывают назад в виде струи с увеличенной скоростью.

В любом случае в качестве реактивной силы используется сила реакции, связанная с изменением количества движения масс.

Лекция посвящена изучению закона изменения (сохранения) количества движения и его связи с созданием реактивной силы. Рекомендуемая литература для самоподготовки  $[1,\,2,\,3].$ 

#### 1 Закон сохранения количества движения

### 1.1 Вывод уравнения движения

Уравнение количества движения представляет собой математическую запись закона об изменении количества движения (второго закона Ньютона). Согласно этому закону изменение количества движения  $\overline{K}$  в объеме V движущегося газа равняется результирующей силе  $\overline{R}$  всех сил, действующих на объем V.

В простейшем случае твердого тела количество движения выражается формулой  $\overline{K}=m\overline{v}$ , где m – масса, а v – скорость. Поскольку скорость – это вектор, то количество движения также является вектором. В общем виде закон выражается простым уравнением

$$\frac{d\overline{K}}{dt} = \overline{R} \,. \tag{1}$$

В формуле 1 количество движения в объеме газа V, в котором плотность  $\rho$  и скорость v переменны, определяется выражением  $\overline{K} = \iiint_V \rho \cdot \overline{v} \ dV$ . Равнодействующая  $\overline{R}$  сил, действующих на объем V, складывается из объемных (массовых) сил F и поверхностных сил. Поверхностные силы делятся на силы, вызванные внешним давлением p, и тангенциальные силы поверхностного трения  $\tau$ . Тогда уравнение (1) можно записать в интегральном виде

$$\frac{d\overline{K}}{dt} = \iiint_{V} \mathbf{\rho} \cdot \overline{F} \, dV - \iint_{S} p \cdot \overline{n} \, dS + \iint_{S} \overline{\tau}_{n} \, dS \,. \tag{2}$$

В формуле (2) S — элемент площади объема жидкости V, на который действуют давление p и вязкое напряжение трения  $\tau$ . Во втором слагаемом знак «—» учитывает тот факт, что силы давления действуют снаружи. Изменение количества движения во времени в формуле (2) выражается уравнением

$$\frac{d\overline{K}}{dt} = \frac{d}{dt} \iiint_{V} \mathbf{\rho} \cdot \overline{v} \, dV = \iiint_{V} \frac{\partial \mathbf{\rho} \cdot \overline{v}}{\partial t} \, dV + \iint_{S} \mathbf{\rho} \cdot \overline{v} \cdot v_{n} \, dS \,. \tag{3}$$

В уравнении (3) первое слагаемое определяет изменение параметров среды при «замороженном» объеме, а второе – изменение объема V при «замороженных» параметрах среды. Тогда окончательно закон сохранения количества движения (1) запишется в виде

$$\iiint\limits_V \frac{\partial \rho \cdot \overline{v}}{\partial t} \, dV + \iint\limits_S \rho \cdot \overline{v} \cdot v_n \, dS = \iiint\limits_V \rho \cdot \overline{F} \, dV - \iint\limits_S p \cdot \overline{n} \, dS + \iint\limits_S \overline{\tau}_n \, dS \, . \tag{4}$$

### 1.2 Тяга ракетного двигателя

Рассмотрим применение закона сохранения количества движения к выводу уравнения для тяги ракетного двигателя. Это простейший случай реактивного двигателя — всё топливо запасено на борту ракеты и неподвижно относительно ракеты. Рассмотрим объем камеры сгорания и сопла (рис.1), ограниченный стенками w и выходным сечением «a-a» сопла.

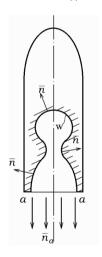


Рисунок 1 – Система сил, действующих на стенки камеры сгорания

Уравнение (4) запишется в виде

$$\overline{P} = -\iint_{a-a} \mathbf{p} \cdot \overline{v} \cdot v_n \, dS - \iint_{a-a} p \cdot \overline{n} \, dS \,. \tag{5}$$

Первое слагаемое определяет импульс топлива, вспрыскиваемого в камеру сгорания или приход его паров, т.е. является малым и им можно пренебречь. Силы вязкого трения на срезе сопла также малы по сравнению с силами давления, поэтому последнее слагаемое в (4) также можно приравнять нулю. В силу третьего закона Ньютона сумма сил, действующих на стенки камеры сгорания и сопла, создают тягу P, которая равна

$$\overline{P}_{n} = \iint_{a-a} p\overline{n} \, dS - \iint_{W} \overline{\tau}_{n} \, dS \,. \tag{6}$$

Подставив (6) в (5), получим уравнение

$$\overline{P} = -\iint_{a-a} \mathbf{p} \cdot \overline{v} \cdot v_n \, dS - \iint_{a-a} p \cdot \overline{n} \, dS \,. \tag{7}$$

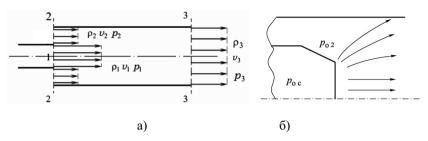
Уравнение (7) определяет тягу ракетного двигателя в пустоте. Предположим, что ракета находится на высоте h и давление атмосферы  $p_h$ , а скорость на срезе сопла  $v_a$ , тогда уравнение для силы тяги примет простой вид

$$\overline{P} = -Q \cdot \overline{v}_a - (p_a - p_b) F_a. \tag{8}$$

В формуле (8)  $\mathit{Q} = \rho_{\,a} v_{\,a} F_{\,a} -$  расход газа из сопла,  $\mathit{F}_{\,a} -$  площадь среза сопла.

### 1.3 Тяга эжектора

Следующий простой пример устройства, создающего тягу, это эжектор (рис.2). Рассмотрим принцип создания тяги эжектором. Поток 1 имеет бо́льшую энергию (полное давление  $p_{0c}$ ), чем поток 2 ( $p_{02}$ ), и за счет сил трения увлекает (эжектирует) внешний поток 2, увеличивая его скорость ( $v_3 > v_2$ ). На выходе из эжектора количество движения суммарного потока 3 больше, чем у потока 1, втекающего из сопла двигателя в эжектор.



1 – струя с высокой энергией, 2 – поток с низкой энергией, 3 – поток на выходе из эжектора

Рисунок 2 – Схема эжектора (а) и пример конструкции (б)

Закон сохранения количества движения запишется в виде

$$\rho_1 v_1 \left( -v_1 \right) F_1 + \rho_2 v_2 \left( -v_2 \right) F_2 + \rho_3 v_3^2 F_3 = p_1 F_1 + p_2 F_2 - p_3 F_3. \tag{9}$$

Если стенка 2-3 эжектора спрофилирована так, что имеется поверхность для приложения сил давления, результирующая R которых направлена вперед, то эжектор создает тягу. Например, на рис.3-б тягу создает внешняя стенка сужающегося конического сопла. Тяга эжектора равняется разности количества потока 1 в сечении 1-2 и суммарного потока в сечении 3.

### 2 Основы воздушно-реактивных двигателей

### 2.1 Принцип действия воздушно-реактивного двигателя

Двигатель можно представить как устройство, которое отбирает воздух из атмосферы, сообщает ему дополнительную энергию и превращает эту энергию в дополнительное количество движения. Увеличение количества движения воздуха создает силы тяги, приложенные к элементам конструкции двигателя.

Увеличивать энергию отбираемого из окружающей среды воздуха можно, например, путем его нагрева в газотурбинном (ГТД) воздушно-реактивном двигателе (ВРД). Нагретый в камере сгорания такого двигателя воз-

дух расширяется в специальном устройстве — **сопле**, увеличивая скорость за счет уменьшения внутренней энергии и температуры. За счет изменения импульса воздуха на стенках сопла и других частях ВРД возникают силы, равнодействующая которых называется **силой тяги**.

Устройство для создания силы тяги может существовать отдельно. В этом случае говорят, что тягу создает движитель, энергию вырабатывает двигатель, а совокупность двигателя и движителя называется силовой установкой.

Примером могут служить силовые установки с поршневым или турбовинтовым двигателем, у которых тяга создается винтом, а энергия вырабатывается двигателем. В дальнейшем для простоты мы будем использовать термин «двигатель». Рассмотрим типовую схему ВРД (рис.3).

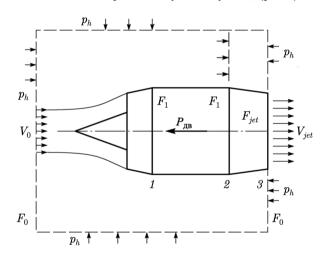


Рисунок 3 – Типовая схема ВРД

Пусть летательный аппарат летит со скоростью  $V_0$  на высоте h, где давление атмосферы  $p_h$ . Воздух проходит через воздухозаборник и попадает в двигатель.

Предположим, между сечениями 1 и 2 воздух сжимается, смешивается с горючим и сжигается, т.е. к нему подводится дополнительная энергия. Горячий воздух с давлением  $p>p_h$  попадает в сопло, ограниченное сечениями 2 и 3, в котором расширяется и приобретает скорость истечения  $V_{jet}>V_0$ .

Выделим вокруг двигателя контрольный объем. В этот объем слева втекает воздух через сечение с площадью  $F_0$  со скоростью  $V_0$ , а вытекает справа тоже через сечение с площадью  $F_0$ , но часть потока вытекает через сопло с площадью  $F_{jet}$  и его скорость  $V_{jet} > V_0$ . Предположим, что размеры двигателя малы по сравнению с размерами выделенного объема, тогда вытеканием воздуха через верхние и нижние грани можно пренебречь.

Количество движения воздуха, втекающего в контрольный объем через левую грань  $\rho_0 V_0 F_0 V_0$ , а вытекающего через правую грань  $\rho_0 V_0 (F_0 - F_{jet}) V_0 + \rho_{jet} V_{jet} F_{jet} V_{jet}$ . Тогда уравнение закона сохранения количества движения (4) можно записать для левой и правой грани контрольного объема в виде

$$P = \rho_{iet} V_{iet} F_{iet} \left( V_{jet} - V_0 \right). \tag{10}$$

Таким образом, тяга равна приращению количества движения воздуха, проходящего через двигатель в единицу времени. Это значит, что в какой бы форме не была подведена энергия, она в итоге должна быть преобразована в механическую работу.

### 2.2 Принцип действия сопла

Рассмотрим участок сопла, представляющий собой трубу с переменной площадью сечения (рис.4). Площадь поперечного сечения трубы F является заданной функцией координаты x. Выделим объём жидкости, ограниченный двумя произвольно выбранными сечениями 1–1 и 2–2, а также боковой поверхностью w стенки сопла. Обозначим площадь первого сечения  $F_1$ , а второго –  $F_2$ .

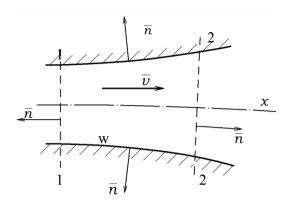


Рисунок 4 – Течение газа в сопле

Запишем для этих двух сечений закон сохранения количества вещества (закон сохранения массы). Закон сохранения массы можно записать в виде  $\frac{dm}{dt} = 0$ , тогда в интегральной форме для объема V он примет вид

$$\iiint_{V} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \iiint_{S} \rho v_{n} dS = 0.$$
 (11)

Будем считать течение установившимся, т.е. все частные производные по времени равны нулю  $\frac{\partial}{\partial t}=0$  . Тогда уравнение (11) принимает вид

$$\iint_{S} \rho v_{n} dS = 0, \quad \iint_{F_{1}} \rho v_{n} dS + \iint_{F_{2}} \rho v_{n} dS + \iint_{W} \rho v_{n} dS = 0, \quad (12)$$

отражающий тот факт, что суммарный поток вещества через поверхность S выделенного объема V равен нулю. Поскольку боковые стенки являются непроницаемыми, то закон сохранения массы (12) можно записать как постоянство расхода Q в любом из сечений

$$\iint_{F_i} \rho v_x dS = \iint_{F_i} \rho v_x dS , \quad \iint_F \rho v_x dS = Q = \text{const.}$$
 (13)

Если положить, что течение по соплу одномерное, т.е. в каждом сечении параметры потока равны некоторому среднему значению, то (13) принимает простой вид  $Q = \rho_{\rm cp} v_{\rm cp} F = {\rm const.}$  Запишем для линии тока закон сохранения количества движения

$$\rho \frac{dv}{dx} = -\frac{dp}{dx}.\tag{14}$$

Поскольку  $dp/d\rho = a^2$ , выражение (14) можно представить в виде

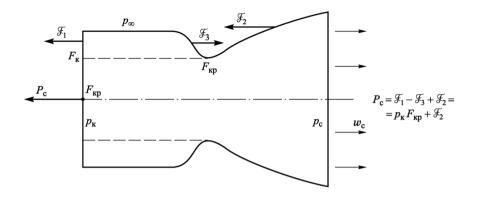
$$\rho \frac{dv}{dx} = -\frac{dp}{dx} = -\frac{dp}{d\rho} \frac{d\rho}{dx} = -a^2 \frac{d\rho}{dx}.$$
 (15)

Продифференцировав выражение для закона сохранения массы  $Q = \rho v F = {
m const.}$ , введя безразмерную скорость — число Маха  ${\bf M} = v/a$ , подставив получившееся выражение в (14), окончательно получим закон, связывающий изменение скорости v внутри сопла с изменением площади поперечного сечения F

$$\frac{dF}{dx} = \frac{F}{v} \cdot \frac{dv}{dx} \cdot (\mathbf{M}^2 - 1). \tag{16}$$

Уравнение (16) демонстрирует важный факт – при дозвуковых скоростях сопло должно быть сужающимся, а при сверхзвуковых – расширяющимся.

В 1890 г. шведским изобретателем Густавом де Лавалем было предложено сужающееся – расширяющееся сопло, которое могло разгонять поток от дозвуковых скоростей до сверхзвуковых (рис.5). В честь изобретателя такое сопло носит название сопло Лаваля.



 $F_{\rm kp}$  – площадь критического сечения сопла,  $p_{\rm k}$  – давление в камере сгорания,  $w_c$  – средняя по срезу сопла скорость истечения продуктов сгорания

Рисунок 5 — Сопло Лаваля и схема системы сил  $\mathcal{F}$ , действующих на его стенки и стенку камеры сгорания, поясняющая механизм образования тяги сопла  $P_c$ 

### 3 Работа двигателя и коэффициент полезного действия

### 3.1 Уравнение энергии

Обратимся снова к рисунку 3. Пусть между сечениями 1 и 2 к воздуху в каком-то виде подводится энергия. Воздух, как и продукты сгорания, будем считать идеальным газом, для которого справедливо уравнение состояния  $p = \rho RT$ , где  ${\bf R}$  — газовая постоянная,  ${\bf R} = 287~{\it M}^2/c^2K$ . Закон сохранения энергии для сечений 1 и 2 запишется следующим образом

$$c_p T_1 + e_{k_1} + q_{12} = A_{12} + c_p T_2 + e_{k_2}, (17)$$

где  $c_pT$  — удельная энтальпия,  $c_p$  — удельная теплоемкость при постоянном давлении, T — температура,  $e_k$  — кинетическая энергия газа,  $q_{12}$  — тепло, подведенное к воздуху между сечениями 1 и 2,  $A_{12}$  — работа, совершенная двигателем над окружающей средой.

Как мы ранее предполагали, будем считать, что двигатель не вносит возмущений в окружающую среду и не производит над ней работу, а течение внутри двигателя можно считать одномерным. В таком процессе  $q_{12}=c_p$   $(T_2-T_1)$ , но тогда, в соответствии с (17), располагаемая энергия остается постоянной, т.е. подвод тепла q к воздуху не меняет его скорость. Таким образом, сама по себе камера сгорания не способна создавать тягу и производить полезную работу.

Для того, чтобы газ мог совершать полезную работу, его состояние должно измениться, например, путем расширения внутри сопла без дальнейшего подвода тепла. Тогда скорость потока за соплом увеличится за счет его охлаждения, что следует из (17)

$$\frac{1}{2} \left( V_{jet}^2 - V_2^2 \right) = -c_p \left( T_{jet} - T_2 \right). \tag{18}$$

Кинетическая энергия в струе после расширения будет тем больше, чем холоднее струя. Это изменение сопровождается падением давления и должно закончиться на изобаре  $p=p_h$  потому, что давление p в струе вниз по потоку должно быть равно давлению в окружающей среде  $p_h$ . Введя показатель адиабаты  $\gamma = c_p/c_v$ , где  $c_v$  – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме, и  $c_p = \gamma \mathbf{R}/(\gamma-1)$ , а также используя известное выражение для местной скорости звука  $a^2 = \gamma p/\rho$ , уравнение (18) с учетом (17) можно записать в виде

$$\frac{V_{jet}}{V_0} = \left\{ 1 + \frac{2}{(\gamma - 1)\mathbf{M}_0^2} \cdot \left[ \frac{q}{c_p T_0} - \left( \frac{T_{jet}}{T_0} - 1 \right) \right] \right\}^{1/2}.$$
 (19)

Поскольку мы считаем, что течение является изоэнтропическим, то, как следует из уравнений (15-16), все параметры определяются площадью поперечного сечения или, что то же самое местным числом Маха, соответ-

ственно, используя известные формулы для одномерного изоэнтропического течения, для температуры можно записать

$$\frac{T_{jet}}{T_0} = 1 + \frac{q}{c_p T_0} \cdot \frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot \mathbf{M}_1^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot \mathbf{M}_0^2}.$$
 (20)

В уравнениях (19) и (20) удобно пользоваться безразмерным подведенным теплом  $q/c_pT_0$ , которое еще называется **параметром Дамкелера**. Окончательно, подставляя (20) в (19), получим уравнение, связывающее изменение скорости потока с количеством подведенного тепла

$$\frac{V_{jet}}{V_0} = \left\{ 1 + \frac{2}{\left(\gamma - 1\right)\mathbf{M}_0^2} \frac{q}{c_p T_0} \left[ 1 - \frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2}\mathbf{M}_1^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2}\mathbf{M}_0^2} \right] \right\}^{1/2}.$$
(21)

Уравнение (21) наглядно демонстрирует, что при q > 0,  $V_{jet} > V_0$ , т.е. двигатель может совершать полезную работу, используя подведенную к воздуху энергию.

### 3.2 Коэффициент полезного действия

В качестве меры эффективности превращения подведенного тепла в располагаемую работу силы тяги можно ввести общий пропульсивный коэффициент полезного действия (КПД)

$$\eta_p = \frac{V_0 \left( V_{jet} - V_0 \right)}{q}.\tag{22}$$

В струе остается энергия как в форме кинетической энергии  $V_{jet} > V_0$ , так и в форме тепловой  $T_{jet} > T_0$ . Исходя из этого, удобно общий пропульсивный КПД (22) представить в виде произведения  $\eta_p = \eta_{jet} \eta_t$  механического (кинетического)  $\eta_{jet}$  и термического  $\eta_t$  КПД. Механический КПД иногда называ-

ют КПД Фруда, он определяется отношением располагаемой пропульсивной работы к кинетической энергии, теряемой в струе

$$\eta_{jet} = \frac{V_0 \left( V_{jet} - V_0 \right)}{\frac{1}{2} \left( V_{jet}^2 - V_0^2 \right)} = \frac{2}{1 + V_{jet} V_0}.$$
(23)

Термический КПД  $\eta_t$  есть отношение кинетической энергии струи к подведенной тепловой энергии

$$\eta_{t} = \frac{\frac{1}{2} \left( V_{jet}^{2} - V_{0}^{2} \right)}{q} = 1 - \frac{T_{jet} - T_{0}}{T_{2} - T_{1}} = 1 - \frac{T_{jet} / T_{0} - 1}{q / \left( c_{p} T_{0} \right)}. \tag{24}$$

Уравнения (22 — 24) приводят нас к важному выводу. Тяга заданной величины создается наиболее эффективно тогда, когда энергия в двигателе подводится к возможно большей массе воздуха, а ускорение отбрасывания воздуха должно быть возможно меньшим, и, следовательно, скорость струи должна быть возможно ближе к скорости невозмущенного потока. Если сжигание топлива происходит при постоянном давлении, как в ГТД, то термический КПД выражается простыми уравнениями

$$\eta_t = 1 - T_0 / T_1, \ \eta_t = 1 - \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{(\gamma - 1)/\gamma}.$$
(25)

Как видно из (25) давление и температура перед турбиной должны быть максимально возможными. Если в (25) подставить выражение для давления p через число Маха М

$$\eta_{t} = 1 - \left(\frac{p_{0}}{p_{1}}\right)^{(\gamma - 1)/\gamma} = 1 - \frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot \mathbf{M}_{1}^{2}}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot \mathbf{M}_{0}^{2}}, \tag{26}$$

то можно обратить внимание на еще один важный факт — КПД растет с увеличением числа Маха  $\mathbf{M}_0$  полета, если число Маха  $\mathbf{M}_1$  за воздухозаборником остается постоянным.

Анализируя (24), приходим к выводу, что температура струи  $T_{jet}$ , истекающей из сопла, должна быть как можно ближе к температуре окружающей среды  $T_0$ , а степень подогрева газа в камере сгорания  $T_2/T_1$  должна быть максимально возможной и ограничивается только возможностями используемых материалов. Для современных ВРД  $T_2/T_1$  — порядка 10.

Учитывая, что в изоэнтропическом течении  $T_{jet}/T_0 = T_2/T_1$ , уравнение (24) можно представить в виде

$$\eta_{t} = 1 - \frac{1}{T_{2} / T_{0} - q / (c_{p} T_{0})}.$$
(27)

Видно, что для обеспечения высокого термического КПД удельный теплоподвод к воздуху должен быть минимально возможным, т.е. сжигать нужно предельно бедные смеси.

### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Создание тяги воздушно - реактивным двигателем основано на законе изменения количества движения. Тяга создается движителем за счет преобразования подведенной к рабочему телу (воздуху атмосферы) тепловой энергии в кинетическую энергию отбрасываемого назад рабочего тела. Движитель может представлять собой отдельное устройство, например, винт, или может быть совмещён с самим двигателем. Преобразование тепла в полезную работу сопровождается потерями, поэтому вводится коэффициент полезного действия, который тем больше, чем ближе скорость и температура отбрасываемого рабочего тела к скорости и температуре окружающей атмосферы. Выгодно сжигать максимально бедные топливные смеси. Если используется цикл горения при постоянном давлении, то температура и давление, при которых происходит сжигание топлива, должны быть максимально возможными.

#### ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Кюхеман Д. Аэродинамическое проектирование самолетов. Пер. с анг./ Пер. Н.А.Благовещенский, Г.И.Майкапара. - М.:Машиностроение, 1983,-656 с.

<sup>2</sup> Теория, расчет и проектирование авиационных двигателей и энергетических установок: Учебник/В.И.Бакулев, В.А.Голубев, Б.А.Крылов и др.; Под редакцией В.А.Сосунова, В.М.Чепкина – М.:Изд-во МАИ, 2003. – 688 с.: с ил. ISBN 5-7035-2347-8.

<sup>3</sup> Лаврухин Г.Н. Аэрогазодинамика реактивных сопел. Т.1 Внутренние характеристики сопел. – М.:Наука. ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 376 с.

ЛЕКЦИЯ 6. КРЫЛО, ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	141
1 Система координат, силы и моменты, действующие на крыло	142
2 Крыло и профиль	144
2.1 Крыло - основные понятия	144
2.2 Удлинение и сужение крыла, средняя аэродинамическая хорда	149
2.3 Геометрические характеристики профиля	153
3 Безразмерные аэродинамические коэффициенты	155
Литература	156

### ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

ЛА – летательный аппарат.

САХ – средняя аэродинамическая хорда крыла.

b – хорда профиля или местная хорда крыла.

c — относительная толщина аэродинамического профиля, абсолютная скорость в треугольнике скоростей в лопаточной машине.

f – вогнутость профиля.

 $c_{v}$  – коэффициент подъемной силы.

 $c_x$  — коэффициент лобового сопротивления.

 $M_{\rm w}$  – поперечный момент, или момент крена.

 $M_{\nu}$  – момент рыскания.

 $M_z$  – продольный момент, или момент тангажа.

l — размах крыла.

S — площадь проекции крыла

 $U_0$  – вектор абсолютной скорости начала координат, связанного с ЛА.

X — сила лобового сопротивления.

Y — подъемная сила.

Z – боковая сила.

 $\alpha$  – угол атаки.

 $\beta$  – угол скольжения.

 $\lambda$  — удлинение крыла.

η – сужение крыла.

 $\rho_{H}$  - радиус носика профиля.

 $\psi(z)$  - угол поперечного V крыла.

χ - угол стреловидности.

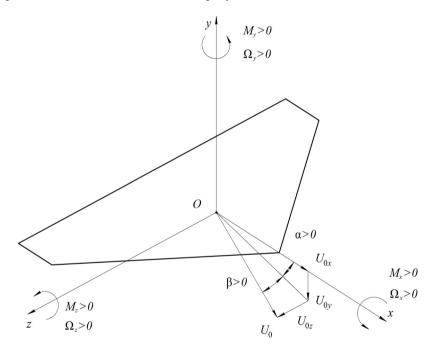
 $\Omega$  – вектор угловой скорости вращения.

### **ВВЕДЕНИЕ**

В настоящей лекции рассматриваются: система координат, система сил и моментов, действующих на летательный аппарат (ЛА), безразмерные коэффициенты сил и моментов, основные геометрические параметры профиля, крыла и крыла сложной формы в плане. В лекции приведены соотношения для вычисления геометрических характеристик крыла, имеющего сложную пространственную форму, наплывы, изломы передней и задней кромки. В лекции использованы материалы учебного пособия [1] и монографии [2].

### 1 Система координат, силы и моменты, действующие на крыло

Кинематическая система координат x, y, z показана на рис.1. Ось x связана с продольной осью (осью симметрии, если крыло симметричное) крыла, y - перпендикулярна плоскости крыла, z направлена вдоль размаха правой плоскости крыла. Положительные направления угловых скоростей вращающегося крыла и аэродинамических моментов соответствуют правилу правого винта и также показаны на рисунке 1.



 $\alpha$  - угол атаки,  $\beta$  - угол скольжения;

 $M_{xyz}$  – проекции вектора момента силы на оси  $x,\ y,\ z;\ M_x$  – поперечный момент, или момент крена;  $M_y$  – момент рыскания;  $M_z$  – продольный момент, или момент тангажа;

 $U_0-$  вектор абсолютной скорости подвижного начала O координат,  $U_{0xyz}-$  проекции вектора скорости полета на оси  $x,\ y,\ z,$   $\Omega_{xyz}-$  проекции вектора угловой скорости вращения на оси  $x,\ y,\ z$ 

Рисунок 1 – Стандартная система координат

Положение крыла в потоке принято характеризовать так называемыми углами атаки  $\alpha$  и скольжения  $\beta$ . Угол атаки  $\alpha$  — угол между проекцией вектора скорости  $U_0$  на плоскость Oxy и осью x, угол скольжения  $\beta$  — угол между проекцией вектора скорости  $U_0$  на плоскость Oxz и осью x

$$U_{0x} = U_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta)$$

$$U_{0y} = -U_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta)$$

$$U_{0z} = U_0 \cdot \sin(\beta)$$
(1)

Уравнение (1) устанавливает связь между углами атаки и скольжения с проекциями вектора скорости. Для малых углов  $\alpha$  и  $\beta$  вместо (1) можно использовать линеаризованные уравнения

$$U_{0x} = U_{0};$$

$$\alpha = -\frac{U_{0y}}{U_{0}};$$

$$\beta = \frac{U_{0z}}{U_{0}}.$$
(2)

Векторные кинематические характеристики абсолютного движения крыла будем проектировать на подвижные оси связанной системы координат:

$$\begin{split} U_0 &= i \cdot U_{0x} + j \cdot U_{0y} + k \cdot U_{0z}, \\ \Omega &= i \cdot \Omega_x + j \cdot \Omega_y + k \cdot \Omega_z. \end{split} \tag{3}$$

Соотношение (3) устанавливает связь между кинематической системой координат и векторами линейной и угловой скорости.

Проекция результирующей аэродинамических сил R на оси связанной с крылом системы координат:

$$R = -i \cdot T + j \cdot N + k \cdot Z, \tag{4}$$

где T – тангенциальная сила, N – нормальная сила, Z – поперечной сила.

В кинематической (поточной или, говоря иначе, скоростной) системе координат вместо (4) для проекций результирующей аэродинамических сил R на поточные оси используется соотношение:

$$R = -i_n \cdot X + j_n \cdot Y + k_n \cdot Z, \tag{5}$$

где X — сила лобового сопротивления, Y — подъемная сила, Z — боковая сила.

### 2 Крыло и профиль

### 2.1 Крыло - основные понятия

Типичное крыло сложной формы в плане изображено на рис.2.

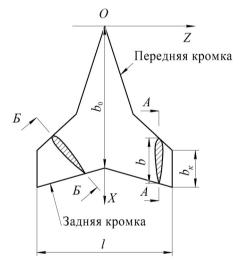


Рисунок 2 – Определение геометрических характеристик крыла

**Профиль крыла** — это сечение крыла плоскостью, параллельной плоскости симметрии (A-A на рис.2) или перпендикулярной передней кромке крыла (Б-Б на рис.2).

**Хорда профиля** – отрезок прямой линии, соединяющей две концевые точки профиля, лежащие на передней и задней кромках крыла. Её длину обозначают b(z).

Хорду профиля в конкретном сечении крыла еще называют **местной хордой крыла**.

**Центральная хорда крыла** это местная хорда в базовой плоскости самолёта и её длину обозначают  $b_0$  (рисунок 2).

**Концевая хорда крыла** это местная хорда в концевом сечении крыла, её длина имеет обозначение  $b_{\kappa}$ . Если концы крыла закруглены, то величину концевой хорды определяют в соответствии с рисунком 3.

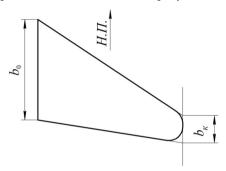


Рисунок 3 — Определение концевой хорды для крыла со скруглёнными концами

**Размах крыла** l — расстояние между двумя плоскостями, параллельными базовой плоскости самолёта и касающимися концов крыла (рис. 2). Соответственно, если крыло состоит из двух плоскостей (рис.4), то длина плоскости крыла — l/2.

Угол стреловидности  $\chi$  — угол между касательной к некоторой линии на крыле (передней или задней кромки, линии ½ или ¼ хорд) в данном сечении и плоскостью, перпендикулярной центральной хорде (рис.4). Линия ¼ хорд имеет важное значение, т.к. в вихревой теории крыла показывается, что крыло может быть заменено вихревой линией, расположенной по линии ¼ хорд.

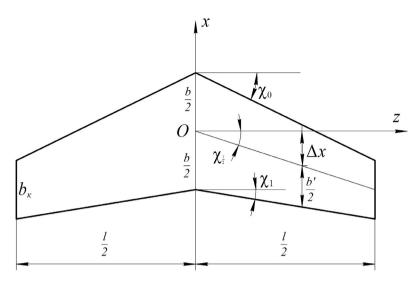


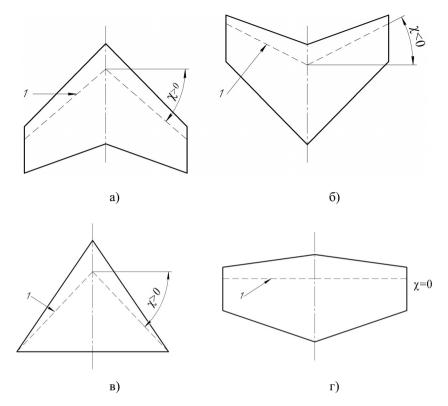
Рисунок 4 – Геометрические параметры монопланного крыла

**Стреловидное крыло** (рис.5-а) — крыло, у которого угол стреловидности  $\chi_4 > 0$ . Рис.5-г иллюстрирует, почему важно знать не только угол стреловидности по передней кромке, но и по линии  $\frac{1}{4}$  хорд. Крыло на рис. 5 прямое, хотя передняя кромка стреловидная.

**Треугольное крыло** (рис.5-в) – крыло, у которого длина концевой хорды равна нулю.

Важное практическое значение имеет класс крыльев сложной формы в плане, представляющих собой комбинацию исходного трапециевидного крыла с передним 2, а возможно и задним наплывами крыла 3 (рисунок 6). Кромки наплывов делают прямолинейными или криволинейными.

Начальное крыло 1, на основе которого строят крыло с наплывом, называют исходным, или базовым. При простейшей треугольной форме переднего или заднего наплывов для задания геометрии крыла сложной формы в плане требуется как минимум пять геометрических параметров.



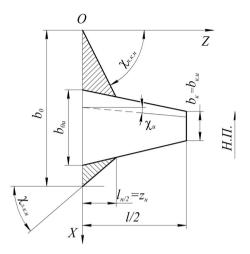
а – стреловидное; б – обратной стреловидности; в – треугольное; г – нестреловидное; 1 – линия 1/4 хорд

Рисунок 5 – Трапециевидные крылья

Крыло необязательно является плоским. Оно может иметь положительный или отрицательный угол установки плоскостей. В первом случае говорят, что угол поперечного V положительный, а во втором случае отрицательный.

**Местный угол поперечного V крыла**  $\psi(z)$  – угол между проекцией на плоскость 3, перпендикулярную центральной хорде, касательной к линии 1/4 хорд, в рассматриваемой точке P и базовой плоскостью крыла.

Отдельные профили могут устанавливаться под разными углами ф (рис.7).



 $\chi_{n,\kappa,n}$ ,  $\chi_{3,\kappa,n}$  — углы стреловидности передней и задней кромок наплыва;  $\chi_u$  — угол стреловидности исходного крыла;  $b_{0u}$ ,  $b_{\kappa,u}$  — центральная и концевая хорды крыла

Рисунок 6 – Геометрия крыла с наплывами

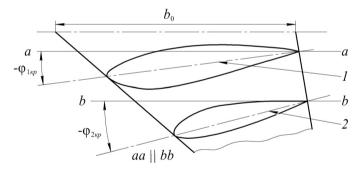


Рисунок 7 — Углы крутки крыла в разных сечениях по размаху (1, 2 - хор-ды крыла в сечениях a и b)

Если углы установки профиля  $\phi$  меняются по размаху крыла, то говорят, что крыло имеет геометрическую крутку.

**Местный угол крутки крыла**  $\varphi_{\kappa p}(z)$  – угол между хордой и базовой плоскостью крыла 2 (рисунок 6);  $\varphi_{\kappa p}(z) > 0$ , если координата Y передней точки хорды больше, чем задней.

Полезно ввести понятие базовой плоскости крыла. **Базовая плоскость крыла** – плоскость, содержащая центральную хорду и перпендикулярная базовой плоскости самолёта.

**Площадь крыла** S — площадь проекции крыла на базовую плоскость крыла.

**Фокус крыла** (профиля) — точка приложения равнодействующей подъемных силы, действующих на крыло (профиль).

### 2.2 Удлинение и сужение крыла, средняя аэродинамическая хорда

Для характеристики формы крыла вводят два безразмерных понятия:

**У**длинение крыла  $\lambda$  – отношение квадрата размаха крыла к площади крыла

$$\lambda = \frac{l^2}{S};\tag{6}$$

**Сужение крыла**  $\eta$  — отношение длины центральной хорды к длине концевой хорды

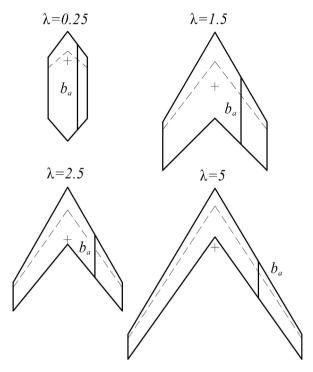
$$\eta = \frac{b_0}{b_{\kappa}}.\tag{7}$$

Значения сужения крыла  $\eta$  для различных форм крыльев могут лежать в пределах  $[1;\infty]$ , где левая граница  $\eta=1$  соответствует прямоугольному крылу, а правая – треугольному крылу.

Влияние удлинения крыла (6) и сужения (7) на форму крыла в плане показано на рис.8, 9.

Как видно на рис.8, при одном и том же сужении  $\eta = 2$  формы крысьем с разным удлинением отличаются очень сильно. Аналогично, при заданном удлинении  $\lambda = 2.5$  сужение крыла существенно влияние на форму.



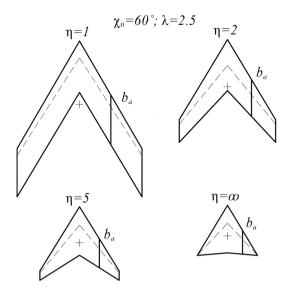


 $b_a$  — средняя аэродинамическая хорда; «+» — фокус крыла; «- - -» — фокусы сечений

Рисунок 8- Влияние удлинения  $\lambda$  на форму крыла в плане

**Средняя аэродинамическая хорда** (CAX) крыла  $b_a$  (рис.8 и 9) - важная характеристика крыла, это хорда условного прямоугольного крыла, равновеликого по площади с реальным крылом и имеющего, при равных углах атаки, одинаковые с данным крылом величину полной аэродинамической силы и положение центра давления.

Для трапециевидных крыльев САХ можно найти геометрически, как это показано на рис.10.



На каждом крыле указаны  $b_a$  – средняя аэродинамическая хорда; «+» – фокус крыла; «- - » – фокусы сечений

Рисунок 9 – Влияние сужения  $\eta$  на форму крыла в плане

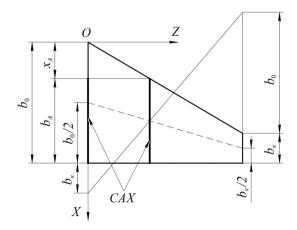


Рисунок 10 – Геометрическое построение САХ трапециевидного крыла

Для трапециевидного крыла (рисунок 10) координата начала САХ и её длина вычисляются по формулам

$$x_{A} = \frac{b_{0} + 2 \cdot b_{\kappa}}{b_{0} + b_{\kappa}} \cdot \frac{l}{6} \cdot \tan(\chi); \quad b = \frac{2}{3} \cdot \left(b_{0} + b - \frac{b_{0} \cdot b_{\kappa}}{b_{0} + b_{\kappa}}\right). \tag{8}$$

Для составного крыла или крыла с наплывом (рис.11) CAX определяет по формулам

$$x_{A} = \frac{x_{A1} \cdot S_{1} + x_{A2} \cdot S_{2}}{S_{1} + S_{2}}; \quad b_{A} = \frac{b_{A1} \cdot S_{1} + b_{A2} \cdot S_{2}}{S_{1} + S_{2}}, \tag{9}$$

где  $b_{{\scriptscriptstyle A}1}$  — САХ крыла, составленного из секции 1 и симметричной ей секции левого полукрыла;  $b_{{\scriptscriptstyle A}2}$  — САХ крыла, составленного из секции 2 и симметричной ей секции левого полукрыла;  $x_{{\scriptscriptstyle A}1}$ ,  $x_{{\scriptscriptstyle A}2}$  — координаты носков  $b_{{\scriptscriptstyle A}1}$  и  $b_{{\scriptscriptstyle A}2}$ ;  $S_1$ ,  $S_2$  — удвоенные площади секций 1 и 2.

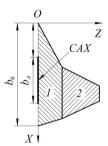


Рисунок 11 - САХ крыла сложной формы

В общем случае, когда крыло имеет сложную форму в плане и криволинейные передние и задние кромки, САХ задается формулами

$$x_{A} = \frac{1}{S} \int_{-l/2}^{+l/2} b'(z) x dz;$$

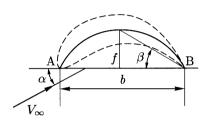
$$y_{A} = \frac{1}{S} \int_{-l/2}^{+l/2} b'(z) y dz;$$

$$b_{A} = \frac{1}{S} \int_{-l/2}^{+l/2} b'^{2}(z) dz,$$
(10)

где b'(z) — длина проекции местной хорды на базовую плоскость крыла, x = x(z); y = y(z) — координаты передней кромки крыла.

### 2.3 Геометрические характеристики профиля

Профиль можно задавать при помощи аналитического описания верхней и нижней дужки или срединной линией (рис.12) и системой безразмерных параметров. Срединная линия делит пополам отрезки, определяющие толщину профиля, иначе говоря, она является геометрическим местом середин перпендикуляров к хорде.



b — хорда профиля, f — вогнутость профиля,  $V_{\infty}$  — вектор скорости набегающего потока,  $\alpha$ ,  $\beta$  — углы, определяющие вогнутость профиля

Рисунок 12 — Геометрические параметры, определяющие форму и характеристики профиля

Основными геометрическими характеристиками профиля (рис.12) являются:

- относительная толщина  $\overline{c} = (y_{s} y_{h})_{max} / b$ ;
- относительная координата сечения максимальной толщины профиля  $\overline{x}_c = x_c \ / \ b \ ;$
- относительная вогнутость  $\overline{f} = (y_s + y_n)_{max} / (2 \cdot b) > 0$  если средняя линия лежит выше хорды,  $\overline{f} = (y_s + y_n)_{max} / (2 \cdot b) < 0$  если средняя линия лежит ниже хорды,  $\overline{f} = 0$  в случае симметричного профиля.

Профиль, у которого средняя линия совпадает с хордой, называется **симметричным профилем**. Симметричные профили обычно используются для крыльев спортивных акробатических самолётов, а также для вертикального и горизонтального оперения.

Относительная вогнутость практически полностью определяет подъемную силу. Относительная толщина профиля определяется конструктивными соображениями, например, условиями прочности или необходимостью разместить топливные баки в крыле. Существуют S-образные профили для самолётов типа «бесхвостка». Такие профили имеют нулевой аэродинамический момент и еще называются безмоментными. В случае S-образного профиля вогнутость характеризуется четырьмя величинами:  $\overline{f}_1 = \left(y_s + y_n\right)_{\max}/\left(2 \cdot b\right) > 0 \;, \quad \overline{f}_2 = \left(y_s + y_n\right)_{\min}/\left(2 \cdot b\right) < 0 \;, \quad \overline{x}_{f_1} = x_{f_1}/b \;\;$  и  $\overline{x}_{f_2} = x_{f_2}/b \;.$  Величину  $\overline{f}_2$  называют обратной вогнутостью.

**Относительный радиус носка**  $\overline{\rho_{_{\!\scriptscriptstyle N}}} = \rho_{_{\!\scriptscriptstyle N}}/b$  определяет характер (вихревой или безотрывный) течения у передней кромки крыла. Чем больше радиус, тем меньше градиент давления, меньше предпосылок к отрыву течения от передней кромки. Кроме того, скругленный носок крыла вызывает подсасывающую силу, направленную вперед. Чем больше радиус носка, тем больше подсасывающая сила.

Типичные значения параметров профилей приведены в таблице 1.

Таблица 1 — Типовые значение основных геометрических характеристик аэродинамических профилей

Обозначение	Типовые диапазоны значений, %
$\overline{c}$	$8 \div 20$ — для до- и трансзвуковых самолётов; $3 \div 9$ — для сверхзвуковых самолётов
$\overline{x}_c$	$20 \div 30$ — для малых дозвуковых скоростей; $40 \div 50$ — для больших дозвуковых скоростей
$\overline{f}$	2 ÷ 6 — для до- и трансзвуковых самолётов; 0 ÷ 2 — для сверхзвуковых самолётов
$\overline{x}_f$	$15 \div 30$ — для малых дозвуковых скоростей; $40 \div 85$ — для больших дозвуковых и сверхзвуковых скоростей
$\overline{ ho}_{\scriptscriptstyle H}$	$0.5 \div 2.5$
$\overline{\rho}_{\scriptscriptstyle H}  /  \overline{c}^{ 2}$	0.5 ÷ 1.5

#### 3 Безразмерные аэродинамические коэффициенты

В аэродинамике принято пользоваться безразмерными величинами, поэтому вместо аэродинамических сил и моментов вводят соответствующие им коэффициенты. В качестве характерной площади S естественно взять площадь крыла. X — сила лобового сопротивления Y — подъемная сила Z — боковая сила. Соответствующие коэффициенты рассчитываются следующим образом:

$$c_{x} = \frac{X}{q \cdot S}; c_{y} = \frac{Y}{q \cdot S}; m_{x} = \frac{M_{x}}{q \cdot S \cdot l_{1}};$$

$$c_{t} = \frac{T}{q \cdot S}; c_{n} = \frac{N}{q \cdot S}; m_{z} = \frac{M_{z}}{q \cdot S \cdot l_{2}}.$$
(11)

В случае  $\beta$  = 0 зависимость между коэффициентами аэродинамических сил в связанной и поточной системах координат определяется как

$$c_{x} = c_{t} \cdot \cos(\alpha) + c_{n} \cdot \sin(\alpha);$$
  

$$c_{y} = c_{n} \cdot \cos(\alpha) - c_{t} \cdot \sin(\alpha).$$
(12)

при малых а:

$$c_x = c_t + c_y \cdot \alpha; \ c_y = c_n. \tag{13}$$

Таким образом, при малых углах атаки с линейной точностью относительно  $\alpha$  можно не делать разницы между нормальной и подъемной силами. Для продольного момента  $M_z$  за характерный линейный размер возьмем b , для поперечного  $M_x$  иногда будем брать b , иногда l , и поэтому можем написать

$$c_{x} = \frac{X}{qS}, c_{y} = \frac{Y}{q \cdot S}$$

$$m_{x} = \frac{M_{x}}{q \cdot S \cdot b}, m_{z} = \frac{M_{z}}{q \cdot S \cdot b}, m_{x1} = \frac{M_{x}}{q \cdot S \cdot l}$$
(14)

### ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Фролов В.А., Аэродинамические характеристики профиля и крыла: учеб. пособие / В.А. Фролов. - Самара: Изд-во Самар, гос. аэрокосм, ун-та, 2007. - 48 с.: ил.

<sup>2</sup> Белоцерковский С.М., Тонкая несущая поверхность в дозвуковом потоке газа, М., 1965 г., 224 стр.

# ЛЕКЦИЯ 7. ВИХРЕВАЯ ТЕОРИЯ КРЫЛА

# СОДЕРЖАНИЕ

Введение
1 Линейная теория тонкой несущей поверхности Прандтля, теорема Жу-
ковского
1.1 Теорема Жуковского о подъемной силе161
1.2 О связи индуктивного сопротивления с подъемной силой165
1.3 Идеальное прямое крыло с эллиптическим распределением циркуляции по размаху166
2 Фундаментальное уравнение теории тонкого крыла Прандтля167
3 Решение фундаментального уравнения Прандтля для прямого крыла разложением в ряд Фурье
4 Решение фундаментального уравнения Прандтля для стреловидного крыла методом присоединенных косых П-образных вихрей
5 Развитие теории Прандтля на случай крыла конечной толщины179
5.1 Решение для произвольного крыла конечной толщины в общем случае
5.2 Решение для крыла с большим удлинением181
Заключение
Литература

### ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

ЛА – летательный аппарат.

ELLT – расширенная линейная теория подъемной силы (Extended Lifting Line Theory).

LLT – линейная теория подъемной силы (Linear Lift Theory).

VLM – метод методом вихревой решетки (Vortex Lattice Method).

a – скорость звука.

c — относительная толщина аэродинамического профиля, абсолютная скорость в треугольнике скоростей в лопаточной машине.

 $C_y$  – коэффициент подъемной силы крыла (летательного аппарата).

 $C_x$  – коэффициент лобового сопротивления крыла (летательного аппарата).

 $K = C_y / C_x -$  аэродинамическое качество.

 $K_{\rm v}$  – поправочный коэффициент на вихревое сопротивление.

l – характерный размер, например длина средней аэродинамической хорды крыла (CAX).

 $\mathbf{M} = u/a$  - число Maxa.

 ${f Re} = 
ho\,ul/\mu$  - число Рейнольдса, в безразмерном виде отношение сил инерции к силам вязкого трения.

u – скорость.

 $\Gamma$  — циркуляция вектора скорости u по контуру профиля или крыла.

ф – потенциал возмущения скорости.

и – кинематическая вязкость.

 $\rho$  – плотность.

#### **ВВЕДЕНИЕ**

В предыдущих лекциях были сделаны выводы относительно возможного облика беспилотного летательного аппарата с вертикальным или коротким взлетом и посадкой. Показано, что в рамках традиционной аэродинамической компоновки с крылом большого удлинения сложно совместить летные характеристики и транспортную эффективность обычного самолета с возможностью базирования на неподготовленных площадках.

При дальности полета до 800 км и крейсерской скорости 500-750 км/ч перспективной оказалась компоновка типа «летающее крыло» с малым удлинением крыла и большой строительной высотой, которая потенциально позволяет при КВП использовать эффект близости земли (экранный эффект), имеет достаточно места внутри для размещения груза и топлива, упрощает посадку на неровные неподготовленные площадки, например, ледяные поля с торосами.

Ниже рассматриваются методы аэродинамического анализа в приложении к задаче создания летательного аппарата (ЛА) с крылом малого удлинения и большими внутренними объемами. История развития теории крыла в работах Чаплыгина и Жуковского рассмотрена в обзорной статье Степанова [1]. Исторические справки по работам зарубежных авторов в этой области даны в монографии Андерсона (Anderson) [2].

### 1 Линейная теория тонкой несущей поверхности Прандтля, теорема Жуковского

Прандтлем (Prandtl) и сотрудником его лаборатории Бленком (Blenk) была разработана линейная теория образования аэродинамических сил (linear lift theory, LLT) [3, 4], которая считается классической.

Линейную теорию крыла в СССР разрабатывал Голубев [5]. С линейного анализа начинается концептуальное проектирование любого ЛА.

При выводе основных соотношений используются следующие предположения: считается, что крыло бесконечно тонкое, оно обтекается равномерным потоком и этот поток потенциальный, т.е. несжимаемый и невязкий, а возмущения, вносимые ЛА в поток, малы.

Тогда можно ввести потенциал возмущения скорости  $\phi$  и представить скорость в виде  $u=u_{\infty}+\Delta u$ , где  $u_{\infty}$  – скорость невозмущенного потока,  $\Delta u$  – возмущение или, иными словами, дефект скорости.

### 1.1 Теорема Жуковского о подъемной силе

Чаплыгин и Жуковский [6] выдвинули гипотезу, что при обтекании профиля крыла, имеющего острую заднюю кромку, течение таково, что скорость остается всюду конечной (рис.1-а).

Если в конкретном сечении крыла циркуляция  $\Gamma$  вектора скорости u по контуру профиля не равна нулю, то возникает разность потенциалов сверху и снизу крыла  $\Delta \phi = \phi_+ - \phi_-$ . Это, как показал Чаплыгин [7] и как следует из теоремы  $\Gamma$ ельмгольца (Helmholtz) [8], приводит к образованию вихревой пелены за ЛА и разности давлений на верхней и нижней поверхности крыла  $\Delta p = p_+ - p_-$ , т.е. подъемной силы, т.к. завихренность может возникнуть только из-за действий сил трения или наличия в потоке некоего разрыва, в данном случае  $\Delta p$ .

Жуковский сформулировал теорему о связи циркуляции вектора скорости с образованием подъемной силы, в соответствии с которой сила, действующая на участок бесконечного крыла длиной l, определяется циркуляцией вектора скорости вокруг профиля, образующего крыло  $F_y = \rho u \Gamma l$ . За рубежом она известна как Kutta-Joukowski теорема [9].

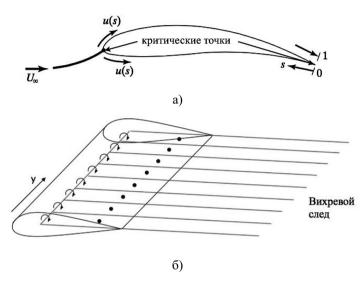


Рисунок 1 – Пояснение к теореме Жуковского о конечности скорости в критических точках (а) и модели Чаплыгина - Жуковского присоединенных к несущей поверхности вихрей и вихревого следа за ней (б)

Гипотеза Чаплыгина-Жуковского и теорема Жуковского позволили преодолеть [10] известный парадокс Даламбера-Эйлера [11], согласно которому при обтекании тела потоком идеальной потенциальной жидкости его сопротивление равняется нулю. Независимо от Жуковского и Чаплыгина к таким же выводам пришел Ланчестер [12].

Вклад Жуковского и Чаплыгина в развитие теории крыла неоценим. Особенно плодотворной оказалась идея Жуковского о замене несущей поверхности присоединенными вихрями [13], развитая Кочиным [14, 15]. Суть её в следующем.

Если крыло бесконечное, то циркуляция в каждом сечении будет одинаковая  $f_y(y) = \rho u \Gamma'$ , т.е. профиль можно заменить единственным вихрем (рис. 2-а), а крыло несущим вихревым жгутом.

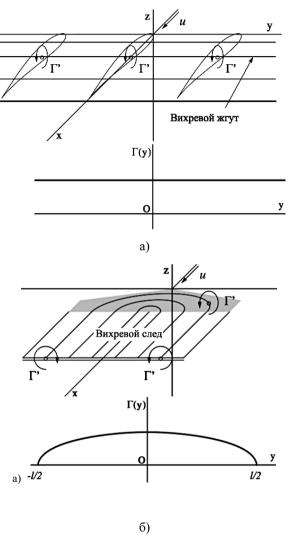


Рисунок  $\ 2$  — Распределение циркуляции  $\Gamma$  по бесконечному крылу (a) и крылу c размахом l (б), международная система координат

Если присоединенные вихри сопрягать соответствующим образом с продольными свободными вихрями, образующими вихревую пелену (рис. 1-б), то весь анализ несущей системы, подъемной силы и индуктивного сопротивления можно свести к расчету соответствующих вихревых систем.

Замена крыла одним присоединенным вихревым жгутом - слишком грубая модель, которая применима только для прямого крыла с удлинением, стремящимся к бесконечности. У такого крыла циркуляция по размаху постоянная (рис. 2-а), постоянный и угол скоса потока. С увеличением количества присоединенных вихрей, точность модели повышается, в пределе теория оперирует понятием сплошной вихревой поверхности.

В общем случае интенсивность жгута может быть переменной по размаху, тогда у крыла будут разные углы скоса потока в разных сечениях.

В случае крыла конечного размаха произвольной формы, теория которого рассмотрена Голубевым [16], присоединенные вихревые жгуты имеют более сложную форму, при этом циркуляция вдоль размаха крыла будет иметь максимальное  $\Gamma = \Gamma'$  и минимальное  $\Gamma = 0$  значение (рис. 2-б). Системы с изогнутым и расположенным под углом к потоку несущим вихрем (рис. 2-б) изучал Дородницын [17].

Идеи присоединенных вихрей легли в основу чрезвычайно удобных численных методов, получивших название методов дискретных вихрей (МДВ).

Модели изогнутых присоединенных вихрей (рис. 2-б) в практике численных расчетов не используют, поскольку, как было показано позднее, их применение ведет к системе плохо обусловленных сингулярных уравнений, методы решения которых до сих пор не разработаны [18].

Вихревой след (вихревая пелена) — трехмерная поверхность, но в первом приближении в рамках линейной теории Прандтля её полагают плоской.

#### 1.2 О связи индуктивного сопротивления с подъемной силой

На бесконечном удалении от ЛА вниз по потоку (в так называемой плоскости Трефтца) можно записать в векторной форме уравнение для скорости

$$\mathbf{V} = (u_{\infty} + \Delta u)\mathbf{x} + \nabla \varphi, \quad \nabla \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \tag{1}$$

где u – компонента скорости по оси  $\mathbf{x}$  (см. рис. 2), индекс  $\infty$  здесь и далее означает параметры невозмущенного потока. Видно, что на бесконечности скорость состоит из скорости невозмущенного потока, т.е. скорости, определяемой в формуле (1) потенциалом возмущения  $\nabla \phi$ , создаваемым продольными вихрями  $\gamma$ , а также дефектом скорости  $\Delta u$  от диссипации, вызываемой поперечными вихрями  $\omega$ . Для подъемной силы и силы индуктивного сопротивления можно записать

$$\begin{split} F_{y} &= \rho_{0}u_{0} \iint \rho u_{z}u_{0} \, dy \, dz - \iint (p-p_{0})\rho_{0}u_{0} = \int_{y} \Delta \phi(y) \, dy \\ F_{xi} &= \iint (p-p_{0}) \, dy \, dz = \frac{1}{2}\rho_{0} \iint \left(u_{y}^{2} + u_{z}^{2}\right) dy \, dz = \\ \frac{1}{2}\rho_{0} \iint \left(\left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)^{2} + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^{2}\right) dy \, dz = \frac{1}{2}\rho_{0} \oint \phi \, \frac{\partial \phi}{\partial n} \, d\sigma \end{split} \tag{2}$$

где  $\Delta \varphi$  — разность потенциалов скорости сверху и снизу вихревого следа, p — статическое давление,  $p_0$  — полное давление,  $\rho_0$  — плотность торможения,  $u_y$ ,  $u_z$  — проекции вектора скорости, во втором уравнении системы (2) интеграл берется по замкнутому контуру  $\sigma$ , описанному вокруг следа. Будем считать скос потока вдоль размаха крыла постоянным  $u_z = const$ . След можно считать непроницаемой пластиной, тогда разрыв потенциала на крыле с размахом l будет равен

$$\Delta \varphi = l u_z \sqrt{1 - \left(\frac{y}{l/2}\right)^2} \tag{3}$$

и для силы сопротивления с учетом (3) можно записать

$$F_{xi} = \frac{1}{2} \rho_0 u_0 \frac{u_z}{u_0} \int \Delta \phi \, dy = \frac{1}{2} \frac{u_z}{u_0} F_y. \tag{4}$$

Интегрируя систему (2) с учетом (3) и (4), получим соотношения для безразмерных коэффициентов подъемной силы  $C_y$  и индуктивного сопротивления  $C_{xi}$ 

$$C_{y} = \frac{\pi}{2} \lambda \frac{u_{z}}{u_{0}} , \qquad (5)$$

$$C_{xi} = \frac{1}{\pi \lambda} C_y^2. \tag{6}$$

Уравнения (5-6) являются решением (1) для случая бесконечно длинного, тонкого, прямого крыла, у которого циркуляция постоянна по размаху, и связывают силу  $F_{xi}$  с силой  $F_y$ .

# 1.3 Идеальное прямое крыло с эллиптическим распределением циркуляции по размаху

Как показано на рис. 2-6, у конечного крыла распределение циркуляции по размаху не постоянное. Оно имеет максимум у корневого сечения и уменьшается до нуля к концевым кромкам. Предположим, что распределение циркуляции  $\Gamma$  по размаху эллиптическое

$$\Gamma(y) = \Gamma_0 \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{l}\right)^2} \,\,\,\,(7)$$

 $\Gamma_0$  — циркуляция вокруг профиля исходного бесконечного крыла или, что то же самое, циркуляция в корневом сечении крыла, где  $\Gamma = \Gamma_{\rm max}$ . Тогда распределение подъемной силы по размаху y/l крыла площадью S, как следует

из (7), также будет эллиптическим, а  $C_y$  крыла будет определяться уравнением

$$C_{y} = \frac{2}{u_{\infty}S} \int_{-l/2}^{i/2} \Gamma(y) \, dy = \frac{2}{u_{\infty}S} \Gamma_{0} \int_{-l/2}^{i/2} \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{l}\right)^{2}} \, dy = \frac{\pi \lambda}{2u_{\infty}l} \Gamma_{0} \, . \tag{8}$$

Тогда из (8) для угла скоса потока  $\alpha_i$  можно записать  $\alpha_i = C_y/\pi\lambda$ . С учетом этого, для коэффициента индуктивного сопротивления получим итоговое выражение

$$C_{xi} = \frac{2\alpha_i}{u_{\infty} S} \int_{-l/2}^{l/2} \Gamma(y) \, dy = \frac{C_y^2}{\pi \lambda}. \tag{9}$$

Используя (7), нетрудно показать, что и форма такого крыла в плане тоже должна быть эллиптической

$$\frac{b^2}{\left(\frac{4S}{\rho u_{\infty}\pi l}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{l}{2}\right)^2} = 1. \tag{10}$$

Сравнивая (9) и (6), можно сделать вывод, что прямое крыло, имеющее эллиптическую форму в плане, имеет наименьшее индуктивное сопротивление, как у бесконечного крыла.

Такую форму крыла имели английские истребители Спитфайр, обладавшие высокой маневренностью.

## 2 Фундаментальное уравнение теории тонкого крыла Прандтля

Рассмотрим несущее крыло. В соответствии с теоремой Жуковского Прандтль предложил заменить несущую поверхность крыла присоединенным вихрем переменной интенсивности (рис. 3), расположенным вдоль размаха крыла. В соответствии с теоремой Гельмгольца вихрь не может иметь кон-

цов в невозмущенном течении, поэтому Прандтль предположил, что с его концов могут сходить свободные вихри. Крыло в типичных случаях имеет переменную по размаху циркуляцию  $\Gamma(y)$ , тогда присоединенный вихрь должен иметь переменную интенсивность. Её можно имитировать при помощи системы  $\Pi$ -образных вихрей с присоединенными вихрями равной интенсивности.

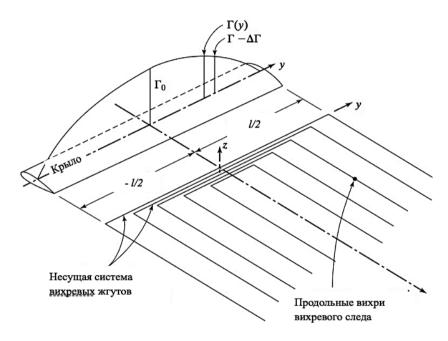


Рисунок 3 — Замена несущей поверхности и вихревого следа П-образными вихрями

Тогда интенсивности присоединенных вихрей складываются, как показано на рис. 3. Свободные вихри образуют непрерывную вихревую пелену, входящую с задней кромки. Данная гипотеза имеет надежное экспериментальное подтверждение. В ходе экспериментов наблюдается вращение в вихревом следе контрастных частиц, предварительно введенных в поток перед крылом. Возмущение вектора скорости  $d\mathbf{u}$ , создаваемое элементом вихревой нити  $d\mathbf{l}$  в произвольной точке пространства C (рис. 4), в векторной форме запишется в виде (жирным шрифтом здесь и далее обозначены векторы)

$$d\mathbf{u} = \frac{\Gamma(d\mathbf{l} \times \mathbf{r})}{4\pi r^3}, \implies du = \frac{\Gamma \sin \theta \, dl}{4\pi r^2}.$$
 (11)

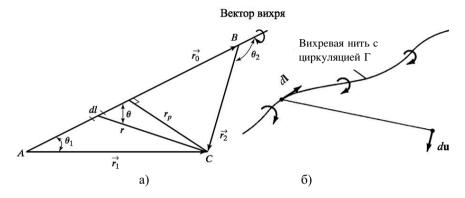


Рисунок 4 – K расчету скорости, индуцируемой прямолинейным вихрем (a), и вихрем произвольной формы (б)

Формула (11) называется формулой Био-Савара. Если вихрь прямолинейный, то для скорости, индуцируемой в точке С участком вихря AB, из (11) можно получить (см. рис. 4) выражение

$$u = \frac{\Gamma}{4\pi r} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta \ d\theta = \frac{\Gamma}{4\pi r} \left(\cos \theta_1 - \cos \theta_2\right). \tag{12}$$

Если поместить начало координат посередине присоединенного вихря, то из (12) следует формула для вертикальной составляющей вектора скорости  $u_z$  в произвольной точке y, индуцированной всеми участками половинок присоединенного вихря

$$u_{z} = -\frac{\Gamma}{4\pi} \left( \frac{1}{l/2 + y} + \frac{1}{l/2 - y} \right) = -\frac{\Gamma}{4\pi} \frac{l}{(l/2)^{2} - y^{2}} . \tag{13}$$

Продифференцировав (13) по y и взяв интеграл от -l/2 до -l/2, получим выражение для скоса потока в произвольной точке присоединенного вихря переменной интенсивности

$$u_{z}(y) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{d\Gamma}{d\overline{y}} \frac{d\overline{y}}{y - \overline{y}}; \ \alpha_{i} = -\frac{u_{z}(y)}{u_{z}} = \frac{1}{4\pi u_{z}} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{d\Gamma}{d\overline{y}} \frac{d\overline{y}}{y - \overline{y}} \ . \tag{14}$$

В (14)  $\alpha_i$  – угол индуктивного скоса потока, на который уменьшается эффективный угол атаки  $\alpha_e$  – =  $\alpha$  –  $\alpha_i$ . Поскольку LLT – это линейная теория, то полагается, что коэффициент подъемной силы профиля крыла в конкретном сечении y линейно зависит от угла атаки

$$c_{y}(y) = c_{y}^{\alpha}(\alpha_{e} - \alpha_{0}); \ c_{y}^{\alpha} = \frac{dc_{y}}{d\alpha} = 2\pi,$$
 (15)

где  $\alpha_0 = -2f$  (рад) — угол атаки, при котором подъемная сила профиля равна нулю,  $f = (y_+ - y_-)_{\rm max}/2b$  - вогнутость профиля в безразмерном виде,  $y_+(x)$ ,  $y_-(x)$  — функции, описывающие верхнюю и нижнюю часть профиля, b - длина хорды профиля. Заметим, что  $\alpha_0$  зависит только от кривизны профиля и не зависит от его толщины. С другой стороны, по определению, подъемная сила в сечении y может быть записана в виде  $f_y(y) = 1/2$   $\rho u_0^2 b(y) c_y = \rho u_0 \Gamma(y)$ . Подставив это выражение в (15), получим выражение, связывающее угол атаки в конкретном сечении с циркуляцией в этом сечении и распределением циркуляции по крылу

$$\alpha(y) = \frac{\Gamma(y)}{\pi u_{\infty} b(y)} + \alpha_0(y) + \frac{1}{4\pi u_{\infty}} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{d\Gamma(\overline{y})}{d\overline{y}} \frac{d\overline{y}}{y - \overline{y}} . \tag{16}$$

Соотношение (16) называется фундаментальным уравнением теории крыла Прандтля. Оно позволяет по заданной форме крыла в плане, углам атаки в каждом сечении найти распределение циркуляции по размаху.

Все сделанные в рамках модели LLT выводы справедливы только для прямого крыла большого удлинения.

# 3 Решение фундаментального уравнения Прандтля для прямого крыла разложением в ряд Фурье

Фундаментальное уравнение (16) теории Прандтля относится к классу дифференциально-интегральных уравнений и не сводится к прямому расчету в случае более или менее сложной формы крыла в плане. Один из самых интересных подходов к решению интегральных уравнений предложен Сирсом (Sears) [19], в котором он применил метод собственных функций по способу Шмидта (Schmidt) - Фредгольма (Fredholm).

Существуют и другие аналитические методы, использующие разложение в бесконечные ряды, графические методы и методы последовательных приближений, см., например, монографию Седова [20].

Наиболее популярны среди аэродинамиков методы, основанные на разложении переменных в ряд Фурье, т.к. многие аэродинамические процессы хорошо описываются гармоническими функциями.

Удобную формулировку такого метода (ELLT - Extended Lifting Line Theory) предложил Андерсон [21]. В результате разложения функций в ряд Фурье фундаментальное уравнение теории Прандтля (16) можно представить в виде

$$\frac{\pi b(\theta)}{2l} \left( \alpha + \alpha_{twist}(\theta) - \alpha_0(\theta) \right) \sin \theta = \sum_{n=1,odd}^{\infty} A_n \sin(n\theta) \left( \frac{\pi b(\theta)n}{2l} + \sin \theta \right),$$

$$\theta = \cos^{-1} \left( \frac{-2y}{l} \right).$$
(17)

Символ odd в (17) означает, что суммирование ведется по нечетным (n). Угол  $\theta$  параметризует координату y вдоль размаха крыла  $y(\theta) = 1/2 \cos \theta$ ,  $dy = -1/2 \sin \theta \ d\theta$ , смысл  $\theta$  понятен из схемы на рис. 5.

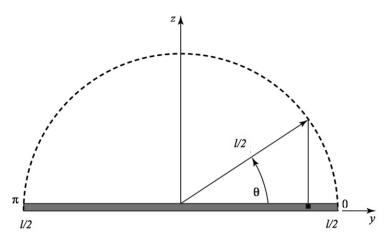


Рисунок 5 — Параметризация задачи с помощью угла  $\theta$  при разложении в ряд Фурье

При разложении в ряд Фурье с удержанием N членов, вихревая модель крыла будет состоять из N панелей, а распределение циркуляции по размаху будет ступенчатым (рис.6). Тогда  $\mathbf x$  будет представлять собой сумму N слагаемых  $\mathbf x_i$ . Решение задачи можно записать в матричном виде

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b} \,. \tag{18}$$

В уравнении (18) матрицы **A** и **b** находятся из уравнения (17)

$$\mathbf{A}(i,j) = \sin((2j-1)\theta(i)) \left(\frac{\pi b(i)(2j-1)}{2l} + \sin(\theta(i))\right),$$

$$\mathbf{b}(i) = \frac{\pi b(i)}{2l} \left[\alpha + \alpha_{twist}(i) - \alpha_{0}(i)\right] \sin(\theta(i)), \quad \theta(i) = \cos^{-1}\frac{-2y(i)}{l}.$$
(19)

В результате решения (18-19) можно получить распределение циркуляции  $\Gamma/2lu_0=A_1\sin\theta \ +\ A_2\sin2\theta \ +\ A_3\sin3\theta \ +\ \dots$  по размаху крыла y и скоса потока  $u_z/u_0=-A_1-2A_2\sin2\theta-3A_3\sin3\theta/\sin\theta$  ... (рис. 7), откуда следует, что первому члену разложения в ряд Фурье соответствует коэффициент  $C_y$  крыла

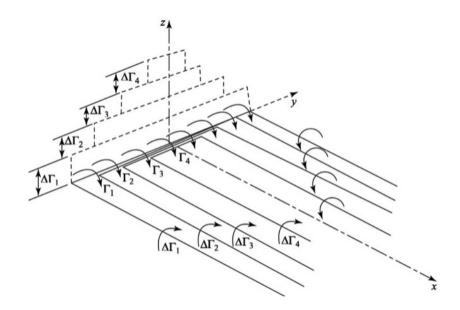


Рисунок 6 — Вихревая система и ступенчатое распределение циркуляции  $\Gamma$  вектора скорости вдоль размаха при удержании N членов разложения в ряд Фурье (уравнение 19)

$$C_{y} = \lambda \pi x(1), \qquad (20)$$

для индуктивного же сопротивления необходимо удерживать все члены разложения, т.к. величина  $C_{xi}$  пропорциональна квадрату  $C_y$ , т.е. является величиной второго порядка малости,

$$C_{xi} = B \frac{C_y^2}{\pi \lambda}, \ B = 1 + \sum_{j=2}^{N} (2j - 1) \left(\frac{x(j)}{x(1)}\right)^2,$$
 (21)

где B — коэффициент индуктивности, учитывающий форму крыла, для эллиптического крыла с минимальным индуктивным сопротивлением B = 1, для других форм в плане — B > 1.

$$\frac{\Gamma/(2lu_0)}{u_z/u_0} = + + + + \dots + \dots$$

Рисунок 7 — Первые члены разложения в ряд Фурье распределения циркуляции  $\Gamma$  по размаху крыла (-) и скоса потока иz на вихревом следе крыла (-)

При вычислении распределения коэффициента подъемной силы по крылу также нужно учитывать все члены разложения

$$c_{y}(i) = \frac{4l}{b(i)} \sum_{j=1}^{N} x(j) \sin \theta(i).$$
 (22)

Система уравнений (20-22) позволяет вычислить коэффициент подъемной силы крыла  $C_y$ , коэффициент индуктивного сопротивления  $C_{xi}$  и распределение коэффициентов подъемной силы профиля в конкретном сечении крыла по размаху крыла.

На рис. 8 приведено сравнение распределения циркуляции  $\Gamma/\Gamma_0$  (или, что тоже самое, локальных коэффициентов подъемной силы в конкретном сечении  $c_y(i)$ ) по размаху эллиптического крыла (рис. 8-а), трапециевидного крыла (рис. 8-б) и прямоугольного крыла с удлинением  $\lambda=4$ , 8 и 20 (рис. 8-в). Видно, что у трапециевидного крыла распределение  $\Gamma/\Gamma_0$  менее благоприятное, чем у эллиптического, а у прямоугольного оно тем более "наполненное", чем больше  $\lambda$ .

Уравнения (20-22) метода ELLT позволяют выполнить в первом приближении аэродинамический расчет крыла произвольной формы, но разложение исходных функций в ряд Фурье накладывает на метод несколько ограничений: удлинение крыла должно быть  $\lambda > 6$ , стреловидность по линии четверти хорды  $\chi_{1/4} < 10^\circ$ , крыло не может быть треугольным.

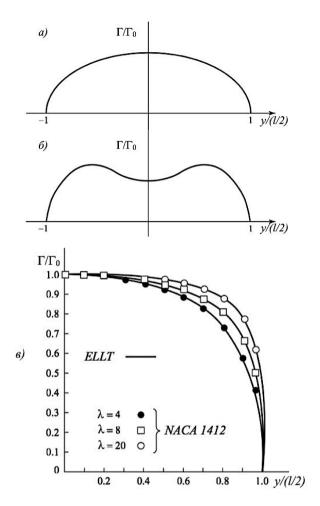


Рисунок 8 — Распределение циркуляции по эллиптическому крылу (a), трапециевидному крылу (б) и прямоугольному крылу с различным удлинением  $\lambda$  и длиной крыла l в сравнении с экспериментальными данными [22] (в). Все величины безразмерные

# 4 Решение фундаментального уравнения Прандтля для стреловидного крыла методом присоединенных косых П-образных вихрей

В невязких течениях выполняется закон сохранения завихренности (теорема Гельмгольца). Из этого следует, что крупные вихри могут модели-

роваться с помощью уравнений Эйлера для идеального газа и их динамика определяется в основном инерционными силами [23]. Если уравнения Эйлера разделить на две части вихревую и потенциальную, как это сделано в развитой Маскеллом (Maskell) теории подобия вихревых течений [24], то можно записать две отдельные системы уравнений: для одиночного вихря (или системы вихрей), а также для потенциала вектора скорости.

Фэлкнером (Falkner) были сформулированы уравнения динамики вихрей и потенциала вектора скорости для расчета крыльев произвольной формы [25], он же первым предложил заменять крыло произвольной формы системой П-образных (подковообразных, horseshoe vortices) вихрей, назвав свой метод методом вихревой решетки (VLM – Vortex Lattice Method).

С.М.Белоцерковским были найдены поля скоростей для подковообразного (прямого  $\Pi$ -образного) и косого подковообразного вихря [26], в том числе в неустановившихся нестационарных потоках.

Косые вихри намного удобнее для моделирования стреловидных крыльев, чем метод Фэлкнера, т.к. базовый вихрь можно сориентировать вдоль передней кромки. При использовании же прямых П-образных вихрей для обеспечения удовлетворительной точности приходится существенно увеличивать количество вихрей.

Бертиным (Bertin) [27] были получены удобные формулы для расчета поля скоростей системы косых подковообразных вихрей, выстроенных в один ряд (рис. 9).

Рассмотрим VLM подробнее. Разобьем каждую консоль крыла N подковообразными вихрями, расположенными в один ряд так, чтобы корневые вихри лежали на линии 1/4 хорд крыла, а свободные вихри были параллельны вектору скорости невозмущенного течения (рис. 9).

Как будет показано ниже, именно на этой линии расположены равнодействующие сил давления в каждом сечении крыла.

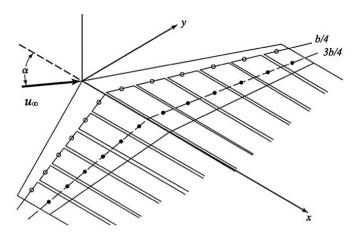


Рисунок 9 — Схема разбивки крыла подковообразными вихрями, ○ - точка задания несущего поперечного вихря, • - точка коллокации, в которой определяется нагрузка на крыло и выставляется условие непротекания

Поместим на линии 3/4 хорд крыла точки коллокации, в которых будем контролировать условие непротекания на поверхности крыла. Вопросу обоснования оптимального расположения точек, в которых контролируются условия непротекания, были посвящены систематические исследования в ЦАГИ [28] под руководством Белоцерковского и в Сибирском Отделении Академии Наук [29].

Эти исследования показали, что решение задачи методом VLM сводится к решению систем линейных уравнений, которые обладают большой устойчивостью, т.к. на поле течения в районе контрольной точки больше всего влияет ближайший присоединенный вихрь. Но для того, чтобы это свойство сохранилось при численной реализации, контрольные точки должны располагаться именно так, как описано выше. Необходимо также выполнить еще одно условие - поперечный размер косого вихря должен выбираться таким образом, чтобы его угловые точки обязательно находились выше по потоку соседних точек коллокации.

Предположим, что крыло плоское, т.е. углы атаки для каждого сегмента крыла одинаковые. Предположим также, что продольные вихри сходят только с задних кромок, т.е. течение безотрывное. Тогда задача будет двумерной.

Обозначим координаты каждого i-того поперечного вихря AB как  $A(x_{1i},\ y_{1i}),\ B(x_{1i},\ y_{1i}).$  Продольные вихри  $A_\infty$  и  $B_\infty$  начинаются, соответственно, в точках A и B и параллельно линиям тока уходят на бесконечность. Тогда в любой точке пространства, в том числе и в контрольных точках на крыле, в которых выставляется условие непротекания (символ  $\bullet$  на рис.9), индуцированная скорость  $\mathbf u$  будет складываться из скорости от корневого поперечного вихря  $\mathbf u_{AB}$ , а также от двух продольных полубесконечных вихрей  $\mathbf u_{A\infty}$  и  $\mathbf u_{B\infty}$ .

Скорости, индуцируемые i-ым вихрем в j-той контрольной точке, находятся по формуле

$$\begin{split} u_{ji} &= \frac{\Gamma_{i}}{4\pi} \left\{ \frac{1}{(x_{j} - x_{1i})(y_{j} - y_{2i}) - (x_{j} - x_{2i})(y_{j} - y_{1i})} \\ &\left[ \frac{(x_{2i} - x_{1i})(x_{j} - x_{1i}) + (y_{2i} - y_{1i})(y_{j} - y_{1i})}{\sqrt{(x_{j} - x_{1i})^{2} + (y_{j} - y_{1i})^{2}}} - \frac{(x_{2i} - x_{1i})(x_{j} - x_{2i}) + (y_{2i} - y_{1i})(y_{j} - y_{2i})}{\sqrt{(x_{j} - x_{2i})^{2} + (y_{j} - y_{2i})^{2}}} \right] + \\ &+ \frac{1}{y_{1i} - y_{j}} \left[ 1 + \frac{x_{j} - x_{1i}}{\sqrt{(x_{j} - x_{1i})^{2} + (y_{j} - y_{1i})^{2}}} \right] - \frac{1}{y_{2i} - y_{j}} \left[ 1 + \frac{x_{j} - x_{2i}}{\sqrt{(x_{j} - x_{2i})^{2} + (y_{j} - y_{2i})^{2}}} \right] \right\}. \end{split}$$

В j-той контрольной точке общая индуцированная скорость будет равна

$$u_{j} = \sum_{i}^{2N} u_{ji} . {24}$$

Консолей крыла у ЛА две, поэтому в (24) предел суммирования - 2N. Граничное условие непротекания в j-той контрольной точке записывается в виде  $u_j = -u_\infty \sin \alpha$ . Для малых углов атаки  $\sin \alpha \approx \alpha$ . Решение задачи сводится к системе линейных уравнений

$$\mathbf{A}\Gamma = -4\pi l u_{\perp} \alpha \,. \tag{25}$$

Компоненты матрицы  $\mathbf{A}(j,i)$  представляют собой выражение в фигурных скобках в(23), компоненты матрицы  $\mathbf{\Gamma}(i)$  представляют собой искомые значения циркуляции i-того вихря. Тогда локальные коэффициенты подъемной силы в контрольной точке  $-c_y(i)=2\Gamma(i)/ub(i)$  и коэффициент подъемной силы всей консоли крыла будет выражаться уравнением

$$C_{y} = \sum_{i=1}^{N} \frac{2c_{y}(i)b(i)\Delta y}{S}, \qquad (26)$$

а полная подъемная сила консоли крыла -

$$F_{y} = 2\rho_{\infty} u_{\infty} \sum_{i=1}^{N} \Gamma(i) \Delta y(i) . \tag{27}$$

В формулах (26-27)  $\Delta y(i)$  — ширина i-той панели. Описанный метод VLM в полной мере является аналогом ELLT, но для крыльев произвольной формы в плане. При этом обтекание считается безотрывным, а поток около крыла потенциальным, т.е. требуется, чтобы вихри срывались только с задних кромок, но не с передних или боковых.

## 5 Развитие теории Прандтля на случай крыла конечной толщины

# 5.1 Решение для произвольного крыла конечной толщины в общем случае

Для методов LLT/ELLT/VLM теории крыла Прандтля все выводы были получены в рамках модели бесконечно тонкой плоской поверхности. Мы далее не будем полагать крыло тонким. Тогда для распределения возмущения скорости вдоль хорды крыла  $u_x$  по всей поверхности крыла можно записать следующее выражение

$$\frac{u_x(x,y,0)}{u_\infty} = \frac{1}{2\pi} \int_0^b \int_{-l/2}^{l/2} \frac{dz(\overline{x})}{d\overline{x}} \frac{(x-\overline{x})d\overline{x}d\overline{y}}{\left[(x-\overline{x})^2 + (y-\overline{y})^2\right]^{3/2}},$$
(28)

z(x) — уравнение, описывающее форму профиля в сечении y. Уравнение (28) может быть проинтегрировано точно для некоторых частных случаев, например, когда профили крыла образованы эллипсом.

Если тело не является несущим, то циркуляция вектора скорости вокруг поверхности крыла должна быть равна нулю, следовательно, должны быть равны нулю все линейные интегралы скорости вдоль контура крыла, откуда следует

$$\frac{u_x(x,z)}{u_{\infty}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{dz(x)}{dx}\right)^2}} \left(1 + \frac{1}{\pi} \int_0^1 \frac{dz(\overline{x})}{d\overline{x}} \frac{d\overline{x}}{x - \overline{x}}\right). \tag{29}$$

Соотношение (29) дает удовлетворительные результаты вплоть до относительной толщины профиля c=H/b=20%, где H — максимальная строительная высота профиля. Расхождение с результатами численных расчетов с использованием полных уравнений Эйлера не превышает 3%. Для более толстых профилей (c > 20%) теория Прандтля перестает работать.

Рассмотрим теперь несущее крыло. В любой точке вихревой плоскости, используя формулу Био-Савара, можно записать уравнение для возмущения скорости в точке, заданной вектором  ${\bf r}$ , создаваемом всеми вихрями  $\Gamma$  на вихревой поверхности S

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi} \iint_{S} \Gamma(\overline{x}, \overline{y}) \times \frac{\overline{\mathbf{r}} - \mathbf{r}}{\left|\overline{\mathbf{r}} - \mathbf{r}\right|^{3}} d\overline{x} d\overline{y} . \tag{30}$$

Для нахождения распределения параметров течения по поверхности крыла необходимо задать граничные условия на его поверхности. Как указывал Джонсон (Jones) [30], если течение потенциальное и описывается уравнением Лапласа для потенциала возмущения скорости  $\varphi$ , то постановка задачи проектирования крыла сводится к заданию граничных условий Неймана (Neumann) или условий Дирехле (Dirichlet). Первые в нашем случае могут быть записаны в виде  $\partial \varphi/\partial n = 0$  на поверхности крыла, что означает  $u_n = 0$ .

А условия Дирехле позволяют задавать желаемое локальное распределение давления и тангенциальной скорости по профилю крыла  $c_p = 1 - u_\tau^2/u_\infty^2$ . Это позволяет учесть эффект толщины крыла и форму профиля [31]. Если задана геометрия крыла и параметры набегающего потока, то из условий Неймана находят распределение давления и циркуляции по поверхности крыла.

Из уравнений (28-30) и условий Неймана независимо друг от друга Прандтлем [32], Флаксом (Flax) и Лоренсом (Lawrence) [33] получено уравнение для вертикальной составляющей вектора скорости на вихревой поверхности

$$\frac{u_z(x,y)}{u_{\infty}} = \frac{1}{8\pi} \frac{\partial}{\partial y} \iint_{S} \frac{\Delta p(\overline{x}, \overline{y})}{y - \overline{y}} \left[ 1 + \frac{\sqrt{(x - \overline{x})^2 + (y - \overline{y})^2}}{x - \overline{x}} \right] d\overline{x} d\overline{y} , \qquad (31)$$

где  $\Delta p(x,y)$  — подъемная сила, действующая в точке крыла с заданными координатами.

# 5.2 Решение для крыла с большим удлинением

Если предположить, что удлинение большое, т.е.  $(x-\overline{x})^2 \ll (y-\overline{y})^2$ , то правая часть (31) распадается на два слагаемых

$$\frac{u_z(x,y)}{u_{\infty}} = \frac{1}{8\pi} \frac{\partial}{\partial y} \iint_{S} \frac{\Delta p(\overline{x}, \overline{y})}{y - \overline{y}} d\overline{x} d\overline{y} + \int_{x_0}^{x_{\parallel}} \frac{\Delta p(\overline{x}, y)}{x - \overline{x}} d\overline{x} , \qquad (32)$$

 $x_0$  и  $x_b$  — координаты передней и задней кромки профиля сечения. Вертикальная составляющая скорости в соответствии с граничным условием Неймана является функцией только координаты y, направленной вдоль крыла. Первое слагаемое в (32) является функцией только y, по определению, но тогда второе слагаемое также является некоторой функцией  $f_y(y)$ , зависящей только от координаты y, и его можно проинтегрировать отдельно. Введя коэффициент  $c_y(y)$  подъемной силы для профиля крыла с длиной хорды b(y) в сечении y (не путать с  $C_y$  крыла в целом)

$$c_{y}(y) = \frac{1}{b(y)} \int_{x_{n}(y)}^{x_{b}(y)} \Delta p(x, y) dx,$$
 (33)

второе слагаемое в (32) можно проинтегрировать в виде

$$\Delta p(x,y) = \frac{2}{\pi} c_y(y) \sqrt{\frac{x_b(y) - x}{x - x_0(y)}},$$
(34)

подставив (34) в (33), с учетом граничных условий для плоского крыла  $u_z(x,y)=u_0\alpha(y)$ , где  $\alpha(y)$  - местный угол атаки в данном сечении крыла, получим выражение

$$c_{y}(y) = 2\pi\alpha(y) - \frac{1}{4} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{c_{y}(\overline{y})b(\overline{y})}{(y - \overline{y})^{2}} d\overline{y}.$$
 (35)

Проинтегрировав (35) по частям, с учетом того, что на концах крыла  $c_y b$  стремится к нулю, получим не что иное, как основное уравнение теории крыла Прандтля (16)

$$c_{y}(y) = 2\pi\alpha(y) - \frac{1}{4\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{d(c_{y}b(y))}{d\overline{y}} \frac{d\overline{y}}{y - \overline{y}} = c_{y}^{\alpha}\alpha_{e}(y) = c_{y}^{\alpha}(\alpha(y) - \alpha_{i}(y)), \quad (36)$$

 $lpha_i(y)$  — индуктивный скос потока,  $lpha_e(y)=lpha(y)$  — эффективный угол атаки и  $c_y^lpha=dC_y/dlpha$  в соответствующем сечении. Заметим, что при выводе

(36) в отличие от классической теории Прандтля мы не полагали крыло тонким. Все формулы получены, исходя только из двух предположений, что справедлива линейная теория и удлинение крыла большое, тем не менее, они полностью совпадают с выражениями, полученными Прандтлем для бесконечной тонкой пластинки.

Для толстого крыла с относительной толщиной c=H/b в случае эллиптического профиля существует точное решение  $c_y^\alpha=2\pi(1+H/b)$ , в остальных случаях для достаточно тонких профилей хорошим приближением является  $c_y^\alpha=2\pi(1+0.8\ H/b)$  для прямого крыла и  $c_y^\alpha=2\pi(\cos\chi+0.8\ H/b)$  для крыла с углом стреловидности  $\chi$ . Коэффициент момента тангажа профиля в сечении y

$$c_m(y) = -\frac{1}{b^2(y)} \int_{x_0}^{x_b} f(x, y)(x - x_0) dx$$
 (37)

с учетом (33) запишется в виде  $c_m(y) = -c_y(y)/4$ , откуда видно, что равнодействующая сил давления приложена на расстоянии 1/4 хорды от передней кромки крыла (рис. 10). Из (37) следует, что в каждом сечении крыла его профиль можно заменить единственным вихрем, расположенным в фокусе профиля, т.е. в месте приложения равнодействующей (рис. 2-а, рис. 10).

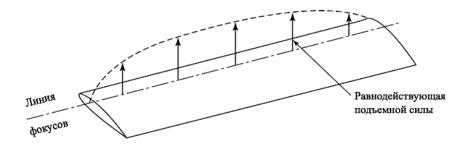


Рисунок 10 — Расположение равнодействующей подъемных сил профиля на линии 1/4 хорд

Из (36) следует, что коэффициент подъемной силы крыла

$$C_{y} = \frac{2\pi\alpha}{1 + 2/\lambda},\tag{38}$$

при  $\lambda \rightarrow \infty$  равен  $c_y$  профиля, который можно считать постоянным по размаху крыла.

Таким образом, распределение нагрузки по размаху (36) и вдоль каждого сечения (33-34) даются независимыми уравнениями, складывая их, получим распределение  $c_y(x,y)$  по крылу (рис. 11).

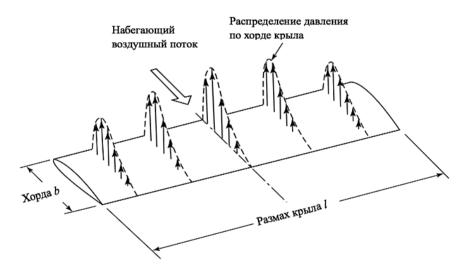


Рисунок 11 – Типичное распределение  $c_y\left(x,y\right)$  по поверхности крыла

Зная характеристики профилей  $\Delta p(x)$ , которыми набрано крыло, а их обычно выбирают готовые, из каталога, а также форму крыла в плане –  $\lambda$ ,  $\eta,\ b(y),\ \chi(y),\$ легко получить распределение нагрузки по всей поверхности крыла.

#### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Аэродинамическое проектирование беспилотного летательного аппарата на современном этапе сопряжено с определенными трудностями методического плана. Часто используемые необычные компоновки требуют проведения оптимизации в отсутствие накопленного экспериментального материала. Современные методы оптимизации, основанные на применении методов искусственного интеллекта, нейронных сетей и т.п., требуют перебора большого числа вариантов. А высокая сложность современных численных методов затрудняют их применение в процессе оптимизации.

В то же время, классические методы, основанные на линейной теории Прандтля, позволяют с достаточной для стадии концептуального анализа точностью определять основные характеристики крыла.

Развитие расширенной теории Прандтля, учитывающей толщину и кривизну несущей поверхности, показало, что распределение коэффициента давления вдоль профилей, образующих крыло, а также вдоль размаха крыла могут задаваться независимо друг от друга, что серьезно упрощает задачу.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Степанов Г.Ю. Теория крыла в трудах Н.Е.Жуковского и С.А. Чаплыгина. Ученые записка ЦАГИ, том XXVIII, 1997 г., №1, с. 6-26.
- 2 Anderson J.D., Jr. Fundamentals of Aerodynamics. 5th ed. New York: McGraw-Hill, 2011. XXIV, 1106 p. ISBN-13: 978-0-07-339810-5; ISBN-10: 0-07-339810-1.
- 3 Prandtl L. Theorie des Flugzeügtragflugels im zusammendrückbaren Medium. LF 13, 313, 1936.
  - 4 Blenk H. Der Eindecker als tragende Wirbelfläche, ZAMM 5 (1925), №1.
  - 5 Голубев В.В. Лекции по теории крыла, Гостехиздат, 1949.
- 6 Жуковский Н.Е. Теоретические основы воздухоплавания. Собрание сочинений, т.V, Гостехиздат, 1950.
- 7 Чаплыгин С.А. О давлении плоскопараллельного потока на преграждающие тела (к теории аэроплана). Собрание сочинений, т.И, Гостехиздат, 1948.
- 8 H. von Helmholtz, Über Integrate der hydrodynamischen Gleichungen, welche den Wirbelbewegungen entsprechen, Journal für die reine und angewandte Mathematik, 55 (1858), 25-55.
- 9 M. W. Kutta, Auftriebskrafter in stromenden Fliissigkeiten, Illustrierte Aeronautische Mitteilungen, 6 (1902), 133-135; Über eine rriit den Grundlagen des Flugproblems in Beziehung stehende zwei-dimensionale Strdmung, Sitzungsberichte der Bayerische Akademie der Wissenschaften, mathema-tischphysikalische Klasse (1910), 1-58; Über ebene Zirkulationsstromungen nebst flugtechnischen Antwendungen, ibid., (1911), 65-125.
- 10 Чаплыгин С.А. Результаты теоретических исследований о движении аэропланов, Собрание сочинений, т.П, Гостехиздат, 1948.
- 11 D'Alembert Paradoxe proposé aux Géomètres sur la résistance des fluides // Opuscules mathématiques. Paris, 1768. T. 5. C. 132-138.
- 12 W. F. Lanchester, Aerodynamics (London, 1907); Aerodonetics (London, 1908).
- 13 Жуковский Н.Е. О присоединенных вихрях, Собрание сочинений, т.IV, Гостехиздат, 1949.

- 14 Кочин Н.Е. Гидродинамическая теория решеток. Гостехиздат, 1949.
- 15 Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика, ч.І, Физматгиз, 1963.
- 16 Голубев В.В. Теория крыла аэроплана конечного размаха. Труды ЦАГИ, вып.108, 1931.
- 17 Дородницын А.А. Обобщение теории несущей линии на случай крыла с изогнутой осью и осью, не перпендикулярной потоку, ПММ VIII. 1944, вып.1.
- 18 Белоцерковский С. М. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях. М.:Наука, 1985.
- 19 W. R. Sears, A New Treatment of the Lifting-Line Wing Theory, with Application to Rigid and Elastic Wings, Quarterly of Applied Mathematics, 6 (1948), 239-255.
- 20 Седов Л.И., Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики, Гостехиздат, 1950.
- 21 Anderson, John D., Jr., Stephen Corda, and David M. Van Wie: "Numerical Lifting Line Theory Applied to Drooped Leading-Edge Wings Below and Above Stall," J. Aircraft, vol. 17, no. 12, December 1980, pp. 898–904.
- 22 Anderson, J. D., Fundamentals of Aerodynamics, 2nd ed., McGraw–Hill, New York, 1991, pp. 324–350.
- 23 Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теоретическая физика. том VI. Гидродинамика. М.:Наука: 1986.
- 24 Maskell E.C. Flow separation in free dimensions. RAE R Aero 2565, 1955.
- 25 Falkner V.M. The solution of lifting plane problems by vortex lattice theory. ARC Report and Memoranda. №2591. 1953.
- 26 Белоцерковский С.М. Подковообразный вихрь при неустановившихся движениях, ПММ XIX. 1955. вып.2.
- 27 Bertin, J. J., and Smith, M. L., Aerodynamics for Engineers, 2nd ed., Prentice-Hall, London, 1989, pp. 247–257, 261–282.
- 28 Белоцерковский С. М., Скрипач Б. К. Аэродинамические производные летательного аппарата и крыла при дозвуковых скоростях. М.: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1975. 424 с. 3500 экз.

- 31 Ильинский Н.Б. Математические проблемы проектирования крыловых профилей: усложненные схемы течения; построение и оптимизация формы крыловых профилей / Н.Б.Ильинский, Д.Ф.Абзалилов. Казань: Казан. ун-т, 2011. 284 с.
- 32 L. Prandtl, The Generation of Vortices in Fluids of Small Viscosity, Journal of the Royal Aeronautic Society, 31 (1927), 720-741.
- 33 A.H.Flax, H.R.Lawrence (1951). The aerodynamics of low-aspect-ratio wings and wing-body combinations. Proc Third Anglo-American Aeron Conf 363. 1951.

<sup>29</sup> Воробьев Н.В., Шишкина Г.И. К вопросу о выборе дискретной вихревой схемы крыла. - В кн: Задачи обтекания тел пространственной конфигурации. Новосибирск: изд. ИТПМ СО АН СССР, 1978.

<sup>30</sup> Johnson F.T. 1980. A general panel method for the analysis and design of arbitrary configurations in incompressible flows. NASA CR 3079.

лекция 8. в	вихревая тес	<b>ЭРИЯ КРЫ</b> ЛА	<b>А МАЛОГО У</b> Д	линения

# СОДЕРЖАНИЕ

Введение
1 Развитие теории Прандтля на случай крыла малого удлинения193
2 Полуэмпирическая формула коэффициента подъемной силы для малого и умеренного удлинения196
3 Вихревая теория обтекания острых стреловидных кромок197
4 Подсасывающая сила, вихревая подъёмная сила и индуктивное сопротивление
4.1 Физический смысл подсасывающей силы203
4.2 Влияние вихревой подъемной и подсасывающей силы на индуктивное сопротивление
4.3 Положение дискретного вихря
4.4 О влиянии на подсасывающую силу деформации срединной поверхности крыла и формы передней кромки212
Заключение
Литература

## ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

ЛА – летательный аппарат.

ELLT – расширенная линейная теория подъемной силы (Extended Lifting Line Theory).

LLT – линейная теория подъемной силы (Linear Lift Theory).

VLM – метод методом вихревой решетки (Vortex Lattice Method).

a — скорость звука.

c — относительная толщина аэродинамического профиля, абсолютная скорость в треугольнике скоростей в лопаточной машине.

 $C_y$  – коэффициент подъемной силы крыла (летательного аппарата).

 $C_x$  – коэффициент лобового сопротивления крыла (летательного аппарата).

 $K = C_y/C_x$  – аэродинамическое качество.

 $K_{
m v}$  – поправочный коэффициент на вихревое сопротивление.

l – характерный размер, например длина средней аэродинамической хорды крыла (CAX).

 $\mathbf{M} = u/a$  – число Маха.

 ${f Re} = 
ho\,ul/\mu$  — число Рейнольдса, в безразмерном виде отношение сил инерции к силам вязкого трения.

u – скорость.

 $\Gamma$  – циркуляция вектора скорости u по контуру профиля или крыла.

ф - потенциал возмущения скорости.

µ – кинематическая вязкость.

 $\rho$  – плотность.

## **ВВЕДЕНИЕ**

В последние годы получило развитие направление летательных аппаратов (ЛА) с несущей системой по типу летающего крыла, а также с фюзеляжем, но крылом малого удлинения. Такие аэродинамические компоновки имеют важные преимущества: большой внутренний объем, большая строительная высота крыла, меньшая относительная площадь поверхности, а следовательно, меньшее сопротивление трения. В данной лекции рассматривается вихревая теория крыла малого удлинения, которая является развитием классической теории крыла Прандтля.

### 1 Развитие теории Прандтля на случай крыла малого удлинения

На заре реактивной авиации конструкторы пытались бороться с таким явлением как волновой кризис увеличением стреловидности передних кромок крыла (рис. 1-б), чтобы нормальная составляющая скорости потока была меньше скорости звука.

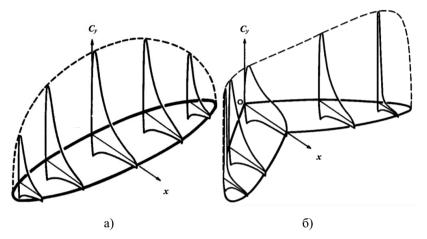


Рисунок 1 – Эллиптическое распределение нагрузки по размаху прямого (a) и стреловидного (б) крыла с минимальным индуктивным сопротивлением

Поскольку было известно, что у прямого эллиптического крыла индуктивное сопротивление наименьшее, то консоли стреловидного крыла пытались делать также эллиптическими.

Однако трехмерные эффекты скольжения вдоль стреловидных крыльев приводят к искажению нагрузки даже в случае применения эллиптических консолей крыла (рис. 1-б). Пики нагрузки смещаются к концевым областям крыла и к передней кромке. Это, конечно, крайне неблагоприятное распределение давления по поверхности крыла.

При маневрировании, увеличении угла атаки срыв потока начинается именно в самых нагруженных сечениях, причем всегда несимметрично, т.е. на левой и правой консоли срыв наступает не одновременно.

Поскольку у стреловидных крыльев самая большая нагрузка приходится на концевые профили, то срыв потока вызывает большой опрокидывающий момент. В 50-е годы это привело к немалому количеству аварий. Выход был найден в применении крыльев малого удлинения с формой в плане близкой к треугольной.

Положим, что удлинение крыла мало  $(x-\overline{x})^2\gg (y-\overline{y})^2$ , тогда уравнение Прандтля, связывающее скос потока с подъемной силой (31 в лекции 7) запишется в виде

$$\frac{u_z(x,y)}{u_0} = \frac{1}{8\pi} \frac{\partial}{\partial y} \iint_S \frac{f(\overline{x}, \overline{y})}{y - \overline{y}} \left[ 1 + \frac{|x - \overline{x}|}{x - \overline{x}} \right] d\overline{x} d\overline{y} . \tag{1}$$

Член в квадратных скобках уравнения (1) равен 2, когда  $x < \overline{x}$ , и равен 0, когда  $x > \overline{x}$ , тогда интегрирование нужно производить только до  $x = \overline{x}$ , откуда для этого сечения можно получить выражение

$$\frac{u_z}{u_0} = \frac{1}{4\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{\partial f}{\partial y} \frac{d\overline{y}}{y - \overline{y}}.$$
 (2)

Но тогда любое сечение крыла x = const можно рассматривать относительно лежащей выше по потоку части крыла как плоскость Трефтца, а величина нагрузки будет оставаться постоянной вдоль луча, берущего начало в вершине крыла, откуда исходят стреловидные передние кромки т.е. течение обретает свойства конических течений и сводится к решению двумерной задачи в плоскости перпендикулярной оси x (рис. 2).

Джонсоном [1] была разработана линейная теория обтекания потенциальным потоком крыльев малого удлинения с формой в плане, близкой к треугольной (SWT – Slender Wing Theories), в том числе получены следующие результаты:

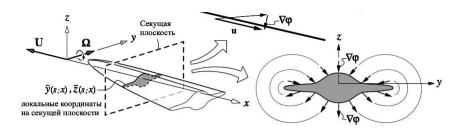


Рисунок 2 — Сведение задачи об обтекании потенциальным потоком крыла малого удлинения и конечной толщины к двумерной задаче в секущей плоскости, перпендикулярной продольной оси x,  $\mathbf{U}$  — вектор скорости ЛА,  $\mathbf{\Omega}$  — вектор угловой скорости вращения ЛА

- распределение нагрузки по плоскому крылу под углом атаки а

$$\Delta p(x,y) = \frac{4\alpha}{\sqrt{1 - (y/l)^2}} \frac{dl}{dx},\tag{3}$$

- распределение нагрузки по размаху крыла эллиптическое

$$c_{y}(y) = 4\alpha \frac{l/b}{\sqrt{1 - (y/l)^{2}}} \frac{dl}{dx}, \tag{4}$$

суммарный коэффициент подъемной силы крыла  $C_y = \pi \lambda \alpha/2 = 2\pi \alpha \tan 2\chi$  составляет половину от величины  $C_y$ , вычисленной по формуле для прямого крыла в пределе  $\lambda \rightarrow \infty$ , и весь скос потока создается свободными вихрями, т.е. присоединенные вихри не индуцируют на поверхности крыла вертикальную составляющую скорости.

Видно, что  $C_y$  зависит только от  $\lambda$  и не зависит от характеристик профиля. В этом состоит фундаментальное отличие SWT от теории крыла большого удлинения. Последующее использование SWT показало, что теория дает хороший результат при  $\lambda < 2$ .

В СССР теорию крыла малого удлинения разработал Голубев [2]. Чушкин получил решение для распределения циркуляции по прямому крылу с удлинением  $\lambda \rightarrow 0$  [3], а Струминский и Лебедь - для стреловидного крыла

малого удлинения [4]. Эти исследования показали, что линейная теория, выражаемая формулами (3-4), удовлетворительно работает для близких к треугольным крыльям на углах атаки, соответствующих крейсерским режимам, т.е.  $\alpha = 2-4^{\circ}$ .

Для крыльев малого удлинения, близких к прямоугольным, приведенная линейная теория не работает, т.к. не учитывает вихри, сходящие с боковых кромок, а они оказывают влияние почти на весь размах крыла.

# 2 Полуэмпирическая формула коэффициента подъемной силы для малого и умеренного удлинения

Как показали исследования и сравнение с экспериментом, уравнения линейной теории Прандтля дают хорошую точность при  $\lambda > 5$ -6, а соотношения (3-4) при  $\lambda < 2$ . Дело в том, что теория крыла малого удлинения это та же линейная теория Прандтля, но примененная не к поперечному сечению крыла, а к его хорде.

Следовательно, имеется некоторая аналогия и зависимости подобны друг другу, хотя численные реализации отличаются. Напрашивается решение задать подходящую интерполяционную функцию, которая связывала бы эти два решения. Такое решение для эллиптических крыльев нашел Хельмболд (Helmbold) [5]

$$C_{y} = \frac{C_{y}^{\alpha} \alpha}{\sqrt{1 + \left(C_{y}^{\alpha} / \pi \lambda\right)^{2} + C_{y}^{\alpha} / \pi \lambda}},$$
(5)

а Кюхеман (Küchemann) обобщил уравнение (5) на случай стреловидных крыльев [6]

$$C_{y} = \frac{C_{y}^{\alpha} \alpha \cos \chi}{\sqrt{1 - M_{\infty}^{2} \cos^{2} \chi + \left(C_{y}^{\alpha} \cos \chi / \pi \lambda\right)^{2} + C_{y}^{\alpha} \cos \chi / \pi \lambda}},$$
 (6)

где  $M_0$  – число Маха невозмущенного потока учитывает сжимаемость, а коэффициент  $C_y^{\alpha}$ , представляющий собой производную  $dC_y/d\alpha$ ) с учетом

толщины крыла можно вычислять, например, по формуле  $C_y^\alpha = 2\pi(\cos\chi + 0.8H/b)$ . Описанная теория применима только для безотрывного обтекания передних и боковых кромок, т.к. основана на модели потенциального течения. На рис. 14 показано сравнение результатов расчетов, полученных по формуле Прандтля (38) и по формуле Хелмболда (5), с результатами эксперимента. Видно, что формула для прямых крыльев (38 в лекции 5) хорошо работает при  $\lambda > 6$ , а формула (5) - при  $\lambda < 4$ . Таким образом, в диапазоне  $\lambda = 1 \div 7$  удобно пользоваться формулой (6).

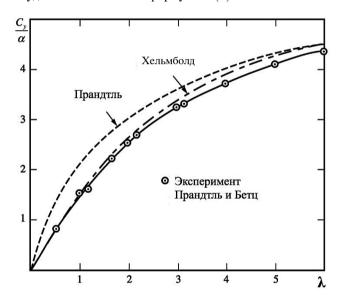
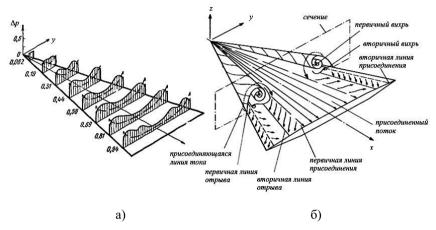


Рисунок 3 — Сравнение формул Прандтля (38, лекция 5) и Хелмболда - Кюхемана (5, 6) с экспериментом [7] Прандтля и Бетца (Betz), все величины безразмерные

# 3 Вихревая теория обтекания острых стреловидных кромок

Попытки применить разработанные линейные методы к крылу с малым удлинением и большой стреловидностью передней кромки привели к неудовлетворительным результатам. Расчеты давали существенно заниженный  $C_y$  по сравнению с экспериментом.

Исследования показывали, что у таких крыльев уже на очень маленьких углах атаки происходил отрыв потока с передних кромок и сворачивание отрывного течения в вихри (рис.4-а), которые создавали на верхней поверхности крыла большое разрежение вдоль передних кромок (рис.4-б), одновременно сглаживая острые пики давления, которые предсказывала линейная теория в рамках модели потенциального течения.



а — распределение давление на верхней поверхности в сравнении с расчетами по модели потенциального течения  $(-\bullet -)$ ,

 $\delta$  – картина вихревого течения с отрывом от передних кромок и повторным присоединением линий тока к поверхности крыла

Рисунок 4 – Обтекание крыла с малым удлинением и острыми передними кромками

Смит (Smith) предложил разделить подъемную силу на потенциальную и вихревую составляющие [8]. При этом потенциальная составляющая вычислялась по SWT теории Джонсона.

Для расчета вихревой составляющей Полхамус (Polhamus) предложил модель, основанную на аналогии с возникновением подсасывающей силы на профилированной передней кромке толстого крыла [9] (подсасывающая сила рассматривается ниже).

Он дополнительно сделал предположение, что поток, оторвавшийся от острых передних кромок, ниже по потоку снова присоединяется к поверхности крыла (см. рис. 4-б, рис.5-а).

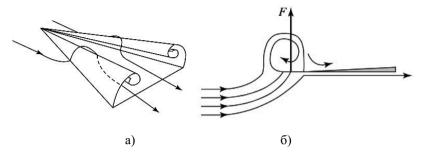


Рисунок 5 – Картина схода вихрей (а) с передних кромок крыла малого удлинения и модель образования силы, аналогичной подсасывающей силе (б) на тупой передней кромке крыла

Действительно, вихревой пузырь, образующийся у острой передней кромки при отрыве с нее потока, вполне подобен тупой кромке толстого крыла с аналогичными пузырю размерами (рис. 5-б). Тогда для подъемной силы крыла малого удлинения и, соответственно, для силы сопротивления можно записать (углы атаки уже нельзя считать малыми)

$$C_{y} = K_{p} \sin \alpha \cos^{2} \alpha + K_{\gamma} \sin^{2} \alpha \cos \alpha ,$$
 
$$C_{x} = C_{xf} + K_{p} \sin^{2} \alpha \cos \alpha + K_{y} \sin^{3} \alpha , K_{p} = C_{xp}^{\alpha} .$$
 (7)

Коэффициенты  $K_p = 2\pi \tan (90-\chi)$  и  $K_\gamma$ , отвечающие в (7), соответственно, за потенциальную и вихревую часть подъемной силы, были рассчитаны Полхамусом [10] для треугольного крыла произвольной формы в плане (рис. 6). Таким образом, в методе Полхамуса не ставится задача детально рассчитать вихревое течение внутри продольного вихря, а лишь предполагается, что вне вихря потенциальное течение может быть рассчитано методами линейной теории Прандтля [11].

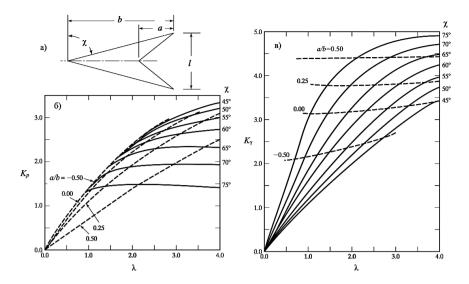


Рисунок 6 — Результаты расчета для треугольного крыла (a) коэффициента потенциальной подъемной силы  $K_p$  (б), вихревой подъемной силы  $K_\gamma$  (в) в формуле (65) в зависимости от удлинения крыла  $\lambda$ , угла стреловидности по передней кромке  $\chi$  и формы крыла, определяемой отношением a/b (a). Все величины безразмерные

Результаты расчета по формулам (7) с учетом номограмм (рис. 6) в сравнении с экспериментом приведены на рис. 7 и 8. Видно, что при малых углах атаки  $\alpha = 2\text{-}4^{\circ}$  хорошее совпадение с экспериментом обеспечивает модель потенциального течения. Далее удовлетворительные результаты дает модель Полхамуса, но, начиная с некоторого угла атаки, она завышает коэффициент подъемной силы. Этот момент наступает тем раньше, чем меньше угол стреловидности и больше удлинение крыла. Исследования аэродинамических поверхностей с большим углом стреловидности, проводившиеся в 1982-1989 г. Ламаром и Фринком (Lamar, Frink) [12] и Эриксоном (Erickson) [13, 14] в интересах отработки аэродинамики истребителя F/A-18 корпорации Northrop Grumman Corporation, показали, что дело в явлении, получившем название "взрыв вихря" (vortex burst), которое происходит в районе задней кромки крыла (рис.9).

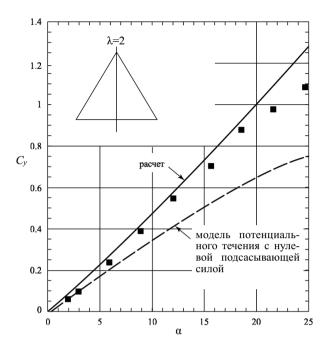


Рисунок 7 — Сравнение результатов расчета треугольного крыла с острыми кромками по модели потенциального течения (— —) с расчетами по модели Полхамуса (формула 45) крыла с удлинением  $\lambda=2$  (a)

Потеря продольным вихрем устойчивости приводит к его диффузии и уменьшению разрежения на крыле. Впервые это явление обнаружили в 1962 г. Ламбон и Брайер (Lamboune, Bryer) [15].

Вихревая подъемная сила согласно Ли и Хо (Lee, Ho) [16], а также Митчелу и Молтону (Mitchel and Molton) [17] может быть объяснена в терминах уравнения переноса вихря (VTE, vorticity transport equation), которое в уравнениях Навье - Стокса обеспечивает баланс между генерацией завихренности в соответствии с условиями неприлипания, конвекцией и диффузией вихрей. Эти три явления в обычных вязких потоках описываются тремя разными операторами в уравнениях Навье - Стокса.

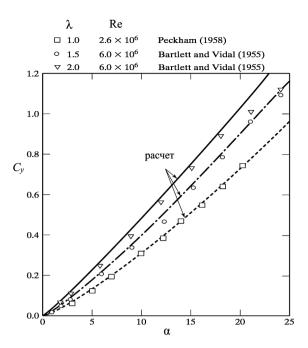
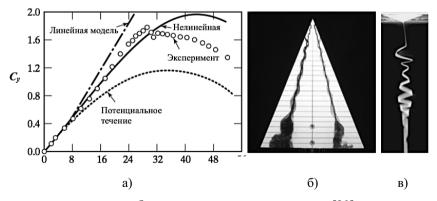


Рисунок 8 — Сравнение результатов расчета треугольного крыла по модели Полхамуса для различных  $\lambda$  и чисел Re, в сравнении с экспериментом ( $\blacksquare$ ,  $\bigcirc$ ,  $\bigtriangledown$ ) Барлетта и Видаля (Bartlett and Vidal, 1955) [18], а также ( $\square$ ) Пекхэма (Peckham, 1958) [19]



а — результаты расчета, б — «взрыв» вихря в эксперименте [20], в — пузырьковый тип потери устойчивости вихрем в эксперименте Лима (Lim) и Куи [21]

Рисунок 9 — Сравнение результатов расчетов Херона (Heron) [22] с экспериментом Венца (Wentz) и Кохлмена (Kohlman) [23]

Отрыв потока на острых кромках треугольного крыла с большим углом стреловидности генерирует дополнительную завихренность, связанную с присоединенным к передней кромке вихрем. Эта завихренность приводит к сворачиванию потока в продольный вихрь, который повторно присоединяется к поверхности крыла и генерирует на ней два тонких пограничных слоя, которые образуют вторичную линию отрыва (см. рис. 4-б).

На линии отрыва стартует новая вихревая поверхность, которая теряет стабильность в результате неустойчивости Кельвина-Гельмгольца. Развитие этой неустойчивости и приводит к разрушению и диффузии вихря. По мере увеличения угла атаки точка "взрыва" вихря перемещается вверх по потоку, пока не достигает задней кромки. Далее вихревая подъемная сила начинает уменьшаться (рис.9-а) и уравнениями Полхамуса (45) пользоваться уже нельзя. С дальнейшим увеличением угла атаки области неустойчивости и диффузии вихря занимают все большую площадь над поверхностью крыла (рис. 9-6). Наиболее распространенным механизмом потери устойчивости вихревым жгутом является пузырьковый механизм (рис. 9-в), когда в результате диффузии вихря на поверхности крыла образуется пузырь с турбулентным течением, в котором величины скорости намного меньше, чем в вихре.

# 4 Подсасывающая сила, вихревая подъёмная сила и индуктивное сопротивление

#### 4.1 Физический смысл подсасывающей силы

Выше рассмотрено обтекание острой кромки крыла с большим углом стреловидности. Такое течение сопровождается отрывом потока и сходом с передней кромки вихревой пелены.

Существует другая модель обтекания, когда поток огибает скругленную переднюю кромку, в результате чего на ней образуется разрежение и составляющая силы давления, направленная вперед (рис. 10).

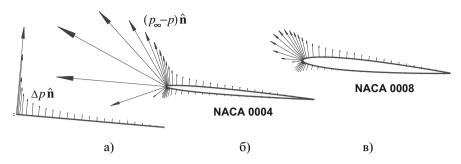


Рисунок 10 — Пояснения к механизму образования подсасывающей силы на бесконечно тонкой пластине (a), тонком профиле с кромкой малого радиуса кривизны (б) и толстом профиле с тупой кромкой (в)

Такая сила называется подсасывающий и обозначается обычно  $F_q$  (или просто Q, а в иностранной литературе часто как  $S-\mathrm{suck}$ ). Чем тоньше кромка и меньше радиус скругления (рис. 10-б-в), тем больше разгоняется поток и тем больше разрежение.

Следуя этой логике, можно предположить, что при обтекании тонкой пластины (рис. 10-а) скорость на передней кроме должна обращаться в бесконечность. В действительности это не так. На передней кромке образуется локальная отрывная зона.

Если обратиться к формулировке теоремы Жуковского в "малом" для тонкой пластины  $\Delta p = \rho \gamma u_{\tau}$  и сравнить её с формулировкой для профиля в целом  $F_y = \rho u_0 \Gamma$ , то, на первый взгляд, получается парадокс. Если мы проинтегрируем первое выражение по поверхности пластины, то получим равнодействующую сил давления, перпендикулярную поверхности пластины (см. рис. 10-а). Во втором случае подъемная сила перпендикулярна вектору скорости набегающего потока. Разница, как раз, и равняется  $F_q$ , которая в первом случае не учитывается (см. рис. 10), а во втором учитывается автоматически, т.к. теорема Жуковского для профиля представляет собой формулировку закона сохранения количества движения, записанного на большом удалении от крыла в плоскости Трефтца.

Коэффициент индуктивного сопротивления для крыла, у которого нет подсасывающей силы, можно по аналогии с формулой для обычного крыла с тупой кромкой, рассмотренного в лекции 7 записать в виде

$$C_{xi}^{-q} = B^{-q} \frac{C_y^2}{\pi \lambda}.$$
 (8)

В (8) индекс -q означает, что подсасывающей силы нет. Тогда для коэффициента подсасывающей силы  $C_q$  с учетом (8) можно записать

$$C_{q} = D \frac{C_{y}^{2}}{\pi \lambda}, \quad D = B^{-q} - B, \quad B^{-q} = \frac{\pi \lambda}{C_{y}^{\alpha}}.$$
 (9)

Напомним, что коэффициент индуктивности B, учитывающий форму крыла, для эллиптического крыла равен единице, а для крыла произвольной формы он вычисляется численно. Анализируя (9), можно сделать следующие выводы. При фиксированном удлинении подсасывающая сила растет с увеличением угла стреловидности, что определяется увеличением длины передней кромки. Если зафиксировать угол стреловидности, то  $F_q$  растет с увеличением  $\lambda$ , т.к. увеличивается размах и, опять же, длина передней кромки. При  $\lambda \rightarrow 0$   $B \rightarrow 1$  и  $D \rightarrow 1$ , т.е. из-за подсасывающей силы индуктивное сопротивление уменьшается вдвое.

Решение для сравнительно простых форм крыла в плане показало, что величина подсасывающей силы (9) мало зависит от толщины профиля, поэтому можно пользоваться результатами расчета для случая тонкой пластинки, но сильно зависит от радиуса скругления передней кромки и вогнутости профиля, которые влияют на степень её реализации.

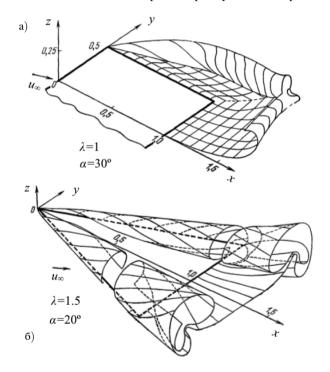
# 4.2 Влияние вихревой подъемной и подсасывающей силы на индуктивное сопротивление

Выше были описаны два крайних случая, когда имеет место развитый отрыв потока на передней кромке и вихревая подъемная сила реализуется

полностью, а также когда обтекание передней кромки полностью безотрывное и вихревая подъемная сила равна нулю.

Естественно, возникает вопрос - возможен ли промежуточный тип обтекания? И где образуется в этом случае отрыв - на передней кромке или где-то на верхней поверхности крыла между передней и задней кромкой?

На рис. 11-а представлены результаты решения в нестационарной постановке задачи расчета процесса формирования в начальный момент времени вихревой пелены на боковой кромке прямоугольного крыла.



а – результаты решения О.Н.Соколовой в нестационарной постановке задачи расчета развития вихревой пелены на прямоугольном крыле

б – результаты В.А. Апаринова решения в стационарной постановке задачи расчета вихревой пелены методом дискретных вихрей

Рисунок 11 – Результаты расчета вихревой пелены в случае отрыва от боковых кромок [24]

Хорошо видно, что в этом случае свободные вихри сходят с кромки строго перпендикулярно ей. Если вихревая система крыла сформирована только П-образными вихрями, то на боковой кромке с  $\chi = 90^{\circ}$  свободный вихрь должен быть параллелен вектору скорости  $u_{\infty}$  и боковой кромке, но на рис. 11-а видно, что это не так. В то же время, на рис. 11-б показаны расчеты крыла в стационарной постановке, соответствующие эксперименту Барлетта и Видаля с крылом с острыми кромками (рис. 12), и хорошо видно, что вихри сходят с передней кромки под углом к ней.

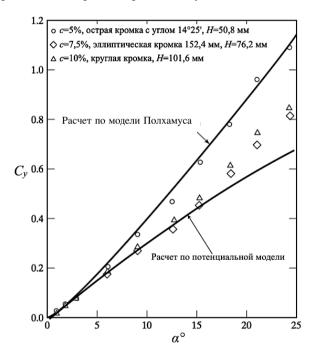


Рисунок 12 — Сравнение результатов расчета зависимости  $C_y$  ( $\alpha$ ) треугольного крыла по потенциальной модели и модели Полхамуса (формула 7) с экспериментом Барлетта и Видаля с треугольным крылом такого же удлинения различной относительной толщины и разными типами передних кромок

На рис. 11-б вихревая система сформирована косыми П-образными вихрями, базовый вихрь которых расположен на передней кромке крыла. К слову, на рис. 11-6 можно заметить, что конические вихри теряют устойчивость уже за задней кромкой, поэтому расчеты по формуле (7) хорошо согласуются с результатами экспериментов с острыми кромками. Экспериментальные зависимости для скругленных кромок также остаются линейными вплоть до углов атаки  $25^{\circ}$ 

В упоминавшихся выше экспериментах Барлетта и Видаля (рис. 12) для разного типа кромок были получены экспериментальные значения  $C_y$ , которые оказались меньше, чем дает расчет по формуле (9).

Таким образом, можно предположить, что в формулу (9) необходимо добавить поправочные коэффициенты  $K_{\chi}$  и  $K_c$ , изменяющиеся в пределах от 0 до 1, которые отвечают за степень реализации вихревой составляющей подъемной силы  $F_{\gamma}$  и учитывают влияние радиуса скругления кромок  $(K_c)$  и угла стреловидности  $(K_{\chi})$ . Тогда (9) можно записать в виде

$$C_{y}=K_{p}\sin\alpha\cos^{2}\alpha+K_{c}K_{\chi}K_{\gamma}\sin^{2}\alpha\cos\alpha,\ \ 1\geq K_{c}\geq0,\ 1\geq K_{\chi}\geq0. \eqno(10)$$

Вопросами формирования и схода вихревой пелены с различных кромок посвящены работы Воробьева в ИТПМ СО АН СССР [25]. В данной работе автор обобщил множество ранее выполненных расчетов и привел их сравнение с экспериментами разных авторов, в результате чего пришел к выводу, что величина  $K_\chi$  зависит от угла стреловидности, а в работе [26] он исследовал также и влияние кривизны поверхности крыла в районе передней кромки.

В своих работах Воробьев использовал не косые П-образные вихри, а располагал базовый присоединенный вихрь перпендикулярно вектору скорости [27], т.к. согласно формуле Грина вектор вихревой плотности  $\gamma$  представляется как разрыв тангенциальной составляющей вектора скорости  $[u_{\tau}] = u_+ - u_-$  на вихревой поверхности. Тогда передняя стреловидная кромка крыла представляет собой особую линию на вихревой поверхности.

Если зафиксировать момент времени, когда вихревая пелена только начинает формироваться, то на поверхности крыла разрыв  $[u_{\tau}]$  имеет место, а в окружающем пространстве его нет. Когда базовый присоединенный вихрь, перпендикулярный к  $\mathbf{u}_{\infty}$ , подходит к кромке, он ветвится. Составляющая, тангенциальная передней кромке, остается присоединенной крылу.

Однако этот вихрь уже становится дискретным, т.к. его интенсивность отличается от непрерывно распределенной на поверхности крыла вихревой плотности у. Составляющая вихря, перпендикулярная кромке, отрывается от крыла и превращается в свободный вихрь, перпендикулярный кромке, что хорошо видно на рис. 11-а. Таким образом, для плоского крыла со стреловидными кромками имеем

$$K_{\gamma} = 1 - \sin(90 - \chi).$$
 (11)

Формула (11) прекрасно согласуется с результатами экспериментов с крыльями, имеющими острые кромки. При исследовании крыльев с использованием косых П-образных вихрей аналогичные результаты получаются методом установления по времени.

Хотя в первоначальный момент времени оторвавшийся вихрь перпендикулярен кромке, он быстро сносится внешним потоком и ориентируется параллельно линиям тока. В стационарной же постановке постулируется, что отрыв является полностью развитым, что соответствует  $K_{\chi} = 1$ .

По аналогии можно ввести поправочный коэффициент на степень реализации подсасывающей силы  $K_q$ , такой, что при  $K_q = 1$  подсасывающая сила  $F_q$  реализуется полностью, а при  $K_q = 1$  она равна нулю. Тогда коэффициент индуктивного сопротивления удобно записать в виде [28]

$$C_{xi} = \left(\frac{K_q}{\pi \lambda} + \frac{1 - K_q}{C_y^{\alpha}}\right) BC_y^2. \tag{12}$$

В уравнении (12) по прежнему считаем, что минимальному коэффициенту лобового сопротивления соответствует  $C_y = 0$ .

Удобно для учета всех факторов (отклонение от эллиптичности крыла и степень реализации подсасывающей силы) ввести понятие эффективного удлинения  $\lambda_{eff}$  такого, что при полной реализации подсасывающей силы  $\lambda = \lambda_{eff}$ , а при нулевой, соответственно,  $\lambda_{eff} = C_y^{\alpha}/\pi$ . Тогда (12) запишется в виде

$$C_{xi} = \frac{1}{\pi \lambda_{eff}} C_y^2, \quad \lambda_{eff} = \frac{\lambda}{B} = \frac{\lambda}{(1+\delta)}, \quad \delta = 0.002 \frac{\lambda}{\cos \chi_{1/4}} \left( 3.1 - \frac{14}{\eta} + \frac{20}{\eta^2} - \frac{8}{\eta^3} \right). \tag{13}$$

Множитель  $1/\pi\lambda_{\rm eff}$  в выражении (13) не зависит от кривизны крыла, а только от удлинения крыла и подсасывающей силы. В (13) выражение для  $\delta$  получено [29] для крыльев умеренного и большого удлинения и умеренного сужения. Для крыльев с удлинением  $\lambda = 2 \div 5$  и большим сужением, т.е. близких к треугольным, можно использовать приближенную формулу  $\delta = (0.024 - 0.02 \cos \chi) \cdot \lambda$  [30].

# 4.3 Положение дискретного вихря

Как уже отмечалось выше, в рамках модели идеального газа на передней кромке тонкой пластины скорость обращается в бесконечность и образуется разрыв давления  $\Delta p = p_+ - p_-$ , но тогда, в соответствии с теоремой Гельмгольца, на острой кромке образуется вихревая пелена.

Именно так и происходит в реальности уже на самых небольших углах атаки. Образование вихревой пелены, отрывающейся от передней кромки, увеличивает индуктивное сопротивление.

Но отрыв в реальности на небольших углах атаки происходит не всегда, т.к. пластина имеет конечную толщину, тем не менее разрыв  $\Delta p = p_+ - p_-$ , очевидно, существует, откуда следует, что на крыле, как минимум, должен быть дискретный присоединенный вихрь.

Анализ исходного уравнения теории крыла конечной толщины и его приближения (1) для крыльев малого удлинения показывает, что дискретный вихрь в данном случае присутствует всегда и он присоединен именно к передней кромке.

Действительно, рассмотрим для простоты прямоугольное крыло и заменим его распределенной вихревой поверхностью с плотностью  $\gamma$ . Пусть также на поверхности имеется где-то дискретный присоединенный вихрь. Тогда для произвольной точки крыла  $x_0,\ y_0$  можно записать уравнение, представляющее в безразмерном виде сумму индуцированных пеленой и дискретным вихрем скоростей

$$\frac{1}{\pi} \left( \int_{-1}^{1} \frac{d\Gamma_{\alpha} / d\overline{y}}{\overline{y} - \overline{y}_{0}} d\overline{y} + \int_{\overline{x}_{0} - 1}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\overline{y} - \overline{y}_{0}} \frac{d\gamma_{\alpha} / d\overline{y}}{\overline{y} - \overline{y}_{0}} d\overline{y} d\overline{x} \right) = -1, \ \Gamma_{\alpha} = \frac{d\Gamma}{d\alpha}, \ \gamma_{\alpha} = \frac{d\gamma}{d\alpha}.$$
 (14)

Первый член (14) в явном виде не содержит  $x_0$ , но как следует из (1), везде перед присоединенным вихрем индуктивные скорости равны нулю. Тогда присоединенный дискретный вихрь может располагаться только на передней кромке, т.к. при расположении на поверхности крыла между передней и задней кромкой индуктивные скорости на нем будут терпеть разрыв, чего быть не должно в силу непрерывности граничных условий  $u_y/u_\infty = \alpha$ . А на задней кромке он не может располагаться в силу гипотезы Чаплыгина-Жуковского. Это объясняет картину, изображенную на рис. 10-а для тонкой пластины. Присоединенный к передней кромке вихрь создает силу, направленную вперед.

Для прямоугольных крыльев малого удлинения с учетом вихревой составляющей подъемной силы удобно использовать полуэмпирическую формулу  $C_y = \pi \lambda \alpha/2 + \pi \alpha^{3/2}/2$ . Откуда видно, что линейный участок поляры  $C_y(\alpha)$  отсутствует вообще.

# 4.4 О влиянии на подсасывающую силу деформации срединной поверхности крыла и формы передней кромки

Сверхзвуковые самолеты имеют обычно очень тонкие профили крыла с острой передней кромкой, которые, тем не менее, должны работать на небольших дозвуковых скоростях в безотрывном режиме. Решение такой проблемы существует. Построение крыла с безударными передними кромками, т.е. кромками, на которых не происходит разрыва давления, делает возможным снижение индуктивного сопротивления, т.к. вихревая пелена на таких кромках не образуется.

В работе Жигулева [31] сформулирована возможность решения такого класса задач путем оптимальной деформации крыла в области передней кромки, проще говоря, оптимального отклонения носка крыла по потоку. В его последующих работах [32, 33] в результате численных расчетов и экспериментов сделано заключение, что влияние на снижение индуктивного сопротивления деформации крыла в районе передней кромки намного больше влияния толщины крыла и радиуса скругления кромки.

Отмечается также, что индуктивное сопротивление тонкого крыла может быть заметно уменьшено деформацией его срединной линии (или срединной поверхности, если крыло деформировано еще и по размаху), и это влияние также намного больше, чем влияние толщины профиля [34]. Для криволинейной тонкой несущей поверхности фундаментальное уравнение Прандтля (см. лекцию 5) может быть записано в виде

$$C_y = C_y^{\alpha}(\alpha + 2\overline{f}), \quad \overline{f} = f_{\text{max}} / b.$$
 (15)

В  $(15) f_{\rm max}$  — максимальный прогиб срединной линии крыла.

Подсасывающая сила состоит из двух частей. Первая часть зависит от сил разрежения на передней кромке, которые, в свою очередь, зависят от толщины и радиуса скругления передней кромки.

Вторая часть, как следует из (15), определяется кривизной срединной линии профиля

$$c_{qc} = \frac{1}{b} \int_{0}^{b} (c_{p-} - c_{p+}) \frac{df(x)}{dx} dx.$$
 (16)

Очевидно, что если функция f(x), описывающая в (15, 16) форму срединной линии профиля, такова, что носик отогнут вниз, то возникает сила, направленная вперед.

Если передняя кромка безударная, т.е. локальный угол атаки равен нулю, то вся подсасывающая сила равна её части, вызываемой кривизной профиля,  $c_q = c_{qc}$ .

Подсасывающая сила, вызванная разрежением на передней кромке

$$c_{qr} = \frac{1}{b} \int_{0}^{b} (c_{p-} + c_{p+}) \frac{dc(x)}{dx} dx$$
 (17)

зависит от числа Рейнольдса  $\mathrm{Re}\varrho$ , вычисляемого по скорости набегающего потока и радиусу скругления  $\varrho$  носика профиля, определяемого перпендикулярно к передней кромке, угла стреловидности, числа  $\mathrm{M}$  и су профиля. Зависимость c(x) в (17) - изменение толщины профиля по хорде.

При уменьшении  $\mathrm{Re}_{\mathrm{p}}$ , т.е. уменьшении радиуса скругления носика профиля, у крыльев умеренной стреловидности с  $\chi < 50^{\circ}$ , коэффициент реализации подсасывающей силы стремится примерно к  $K_q = 0.5$ , с увеличением угла стреловидности крыла это ассимптотическое значение плавно уменьшается [35].

От радиуса скругления носика профиля зависит и степень реализации вихревой составляющей подъемной силы. Поясним это на рис. 13.

Натекая на переднюю кромку крыла, каждая линия тока разделяется на три (рис.13-а): одна продолжается по верхней поверхности, вторая - по нижней, а третья - вдоль передней кромки.

Нормальная к линии торможения составляющая вектора скорости обращается в ноль. Как мы помним, на тонкой пластинке подобным образом расщеплялся вихрь. Вихрь, изначально располагающийся перпендикулярно к линиям тока, у кромки крыла расщепляется на присоединенный к передней кромке дискретный вихрь и перпендикулярный ей - свободный.

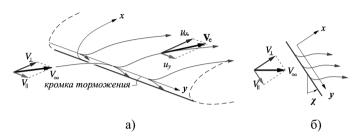


Рисунок 13 – K пояснению механизма возникновения подсасывающей и вихревой подъемной силы на передней кромке крыла, а - картина растекания линий тока на стреловидной кромке, б - вид сверху

То же самое происходит и на толстом крыле, если посмотреть на переднюю кромку сверху (рис. 13-б).

Но непосредственно на толстой кромке на расстояниях порядка радиуса скругления носика профиля добавляется третье измерение, т.е. течение является существенно трехмерным. Следовательно, вихревая нить, расщепляется на один свободный и два присоединенных вихря, один из которых распространяется на носике профиля перпендикулярно кромке и локальным осям координат x-y (рис. 13-а).

Отсюда видно, что увеличение радиуса носика профиля уменьшает вихревую составляющую подъемной силы и увеличивает подсасывающую.

Мы уже говорили выше, что с точки зрения концепции вихревой несущей поверхности, подсасывающая сила создается присоединенным к передней кромке дискретным вихрем. Как и все вихри, он имеет вязкое ядро, которое вращается как твердое тело. Радиус этого ядра однозначно определяется числом Рейнольдса. Как только радиус скругления носика профиля становится равным радиусу ядра вихря, коэффициент подсасывающей силы достигает своего минимального значения. Таким образом, при разработке крыла могут быть поставлены две задачи: снижения индуктивного (вихревого) сопротивления, для чего кромки выполняют тупыми и тщательно профилируют; а также увеличения вихревой подъемной силы крыла, для чего кромки должны быть острыми, а угол стреловидности крыла максимально возможным.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Решения для потенциального обтекания крыльев малого удлинения, полученные Джонсом, показали, что такие течения подобны коническим, а характеристики крыльев малого удлинения не зависят от профиля крыла. Полуэмпирическое уравнение Хелмболда - Кюхемана связывает решения для крыльев с большим и малым удлинением и позволяет рассчитывать крылья с любым удлинением. Смит исследовал вихревое обтекание крыла и предложил разделить подъемную силу на потенциальную и вихревую составляющую. Полхамус предложил концепцию, в которой устанавливается аналогия течения с отрывом от передней кромки и последующим присоединением к крылу с образованием подсасывающей силы на толстой скругленной передней кромке. Полученные им соотношения справедливы для тех случаев, когда на передней кромке образуется полностью сформировавшееся отрывное течение, а точка "взрыва" кромочных вихрей находится за задней кромкой. Для промежуточных случаев вводятся коэффициенты полноты реализации подсасывающей и вихревой подъемной силы, которые при заданном числе Маха зависят от угла стреловидности передней кромки, радиуса скругления передней кромки, кривизне срединной линии крыла в окрестности носика профиля. Все эти соотношения могут быть объединены в простую методику расчета аэродинамических характеристик крыла достаточно сложной формы.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Jones R.T. Proprties of low-aspect ratio pointed wings at speeds below and above the speed of sound. NACA R 835, 1946.
- 2 Чушкин П.И. Расчет распределения циркуляции по прямоугольным крыльям малого удлинения. Сборник теоретических работ по аэродинамике, Оборонгиз, 1957.
- 3 Колесников Г.А. Метод расчета распределения циркуляции крыльев малого удлинения. Сборник теоретических работ по аэродинамике, Оборонгиз, 1957.
- 4 Струминский В.В., Лебедь Н.К. Метод расчета распределения циркуляции по размаху стреловидного крыла. Сборник теоретических работ по аэродинамике. Оборонгиз, 1957.
- 5 H. B. Helnbold (1942). Der unverwundene Ellipsenflugel als tragende Fläche. J 1942 DL I, I, 1942.
- 6 D. Kuchemann (1952). A simple method for calculating the span and chordwise loading on straight and swept wings of any given aspect ratio at subsonic speeds. RAE R Aero 2476. 1952, ARC. R&M 2935, 1956.
- 7 Betz,A and Prandtl, "L.,Schraubenpropeller mit Geringstem Enegieverlust," Goettnger Nachtrichten, March 1919, pp. 193-217.
- 8 Smith J.H.H. Theoretical work on the fomation of vortex sheets. PiAS 7, 35, 1966.
- 9 Polhamus, E. C., "A Concept for the Vortex Lift of Sharp-Edge Delta Wings Based on a Leading Edge Suction Analogy," NASA TN D-3767, (N67-13171) December 1966.
- 10 Polhamus, E. C., "Charts for Predicting the Subsonic Vortex-Lift Characteristics of Arrow, Delta, and Diamond Wings," NASA TN D-6243, (N71-21973) April 1971.
- 11 Polhamus, E. C., "Application of the Leading-Edge Suction Analogy of Vortex Lift to the Drag Due to Lift of Sharp-Edged Delta Wings," NASA TN D-4739, (N68-21990) August 1968.
- 12 Lamar JE, Frink NT. 1982. Aerodynamic features of designed strake-wing configurations. J. Aircraft 19:639–646
- 13 Erickson GE. 1982. Vortex flow correlation. Presented at Congr. Intl. Coun. Aeron. Sci., 13th, ICAS Pap. 82–6.61, Seattle, WA.

- 14 Erickson GE, Hall RM, Banks DW, DelFrate JH, Schreiner JA, Hanley RJ, Pulley CT. 1989. Experimental investigation of the F/A-18 vortex flows at subsonic through transonic speeds. Presented at Appl. Aerodyn. Conf., 7th, AIAA Pap. 89–2222, Seattle, WA
- 15 Lamboune, N.C. and Bryer, D.W. (1962) The bursting of leading edge vortices: Some observation and discussion of the phenomenon. British ARC R & M 3282.
- 16 Lee, M. and Ho, C.M. (1990) Lift force of delta wings. ASME Applied Mechanics Review, 43(9), 209-221.
- 17 Mitchell, A.M. and Molton, P. (2002) Vortical substructures in the shear layers forming leading-edge vortices. AIAA J., 40(8), 1689--1692.
- 18 Bartlett GE, Vidal RJ. 1955. Experimental investigations of influence of edge shape on the aerodynamic characteristics of low aspect ratio wings at low speeds. J. Aeron. Sci. 22:517–533, 588.
- 19 Peckham DH. 1958. Low-speed wind tunnel tests on a series of uncambered slender point- ed wings with sharp edges. ARC R&M 3186.
- 20 Cui, Y.D. (2009) Studies of vortex breakdown and its stability in a confined cylindrical container. Ph. D. thesis, National Univ. Singapore.
- 21 Lim, T.T. and Cui, Y.D. (2005) On the generation of a spiral-type vortex breakdown in an enclosed cylindrical container. Physics Fluids, 17(4), 044105.
- 22 Heron, I. (2007) Vortex burst behaviour of a dynamically pitched delta wing under the influence of a von Karman vortex street and unsteady freestream. Ph. D. thesis submitted to Dept. of Aerospace Engineering, Wichita State Univ., USA.
- 23 Wentz, W.H. and Kohlman, D.L. (1971) Vortex breakdown on slender sharp-edged wings. J. Aircraft, 8(3), 156--161.
  - 24 Белоцерковсикй С.Н., Ништ М.И. М.:Наука, 1978, 352 стр.
- 25 Воробьев Н.В., Шашкина Г.Н. Численное моделирование условий схода вихревой пелены с кромок крыла. В кн.: Задачи аэродинамики тел пространственной конфигурации. Новосибирск: изл. ИТПМ СО АН СССР, 1982.
- 26 Воробьев Н.В.Дискретная схема в случае неплоских крыльев. В кн: Исследование обтекания численными методами. Новосибирск: изл. ИТПМ СО АН СССР, 1976.

- 27 Воробьев Н.В., Шашкина Г.Н. К вопросу о выборе дискретной вихревой схемы крыла. В кн.: Задачи аэродинамики тел пространственной конфигурации. Новосибирск: изл. ИТПМ СО АН СССР, 1978.
- 28 Бюшгенс Г.С. Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов. Москва: Физматлит, 1998. 793 с.
- 29 Проектирование самолётов: учебник для вузов /С.М. Егер, В.Ф. Мишин, Н.К. Лисейцев [и др.]; под ред. С.М. Егера. –изд. 3-е, перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1983. 616 с.
- 30 Игнатьев С.Г. К расчету поляры большого удлинения при докритических числах  $M/\!\!\!/$  Тр. ЦАГИ, 1978.
- 31 Жигулев В.Н., Кротков Д.Н., Шкадов Л.М. Некоторые современные проблемы оптимального аэродинамического проектирования. Тр.ЦАГИ, 1977, вып,1842.
- 32 Жигулев В.Н. О тонких крыльях минимального сопротивления. В кн.: Аэромеханика. М.:Наука, 1976.
- 33 Жигулев В.Н. Некоторые вопросы индуктивного сопротивления крыла. Труды ЦАГИ, 1977, вып.1842.
- 34 Жигулев В.Н. Об оптимальной форме срединной линии профиля крыла. Труды ЦАГИ, 1977, вып.1842.
- 35 Henderson W.P. Studies of Various Factors Affecting Drag due to lift at Subsonic Speed. NASA TN, 1966, X, ND-3584.

ЛЕКЦИЯ 9. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ АЭРОДИНАМИКИ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ, ПАНЕЛЬНЫЙ МЕТОД И МЕТОД ДИСКРЕТНЫХ ВИХРЕЙ

# СОДЕРЖАНИЕ

Введение	.222
1 Численные методы, основанные на решении сингулярных уравнений	.224
2 Панельные методы	.226
3 Особенности численной реализации панельных методов	.229
4 Метод дискретных вихрей для тонких трехмерных поверхностей	.231
5 Применение теоремы обратимости для исследования эффективности д формации срединной поверхности и отклонения механизации крыла	
Заключение	.242
Литература	.243

## ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

МДВ – метод дискретных вихрей.

ЛА – летательный аппарат.

CFD – разностные методы газовой динамики (Computer Fluide Dynamics).

LES – вихреразрешающие численные методы (Large Eddy Simulation).

LLT – линейная теория подъемной силы (Linear Lift Theory).

VLM – метод вихревой решетки (Vortex Lattice Method).

VPM – вихревые панельные методы.

SPM – источниковые панельные методы (Source Panel Method).

a – скорость звука.

b – длина хорды профиля крыла.

c — относительная толщина аэродинамического профиля.

 $C_y$  – коэффициент подъемной силы крыла (летательного аппарата).

 $C_x$  – коэффициент лобового сопротивления крыла (летательного аппарата).

f – относительная кривизна (прогиб) профиля, отнесенные к хорде b.

l – характерный размер, например длина средней аэродинамической хорды крыла (CAX).

 $\mathbf{M} = u/a$  - число Maxa.

m — момент относительно соответствующей оси, обозначенной нижним индексом  $(x,\,y,\,z).$ 

u – скорость.

 $\Phi$  – потенциал возмущения скорости.

 $\rho$  - плотность.

ω – угловая скорость вращения.

### **ВВЕДЕНИЕ**

В предыдущих лекциях, посвященных концептуальному проектированию беспилотных летательных аппаратов, было приведено описание базовых методов аэродинамического анализа, основанных на линейной теории несущей поверхности Прандтля (Prandtl). В рамках этой модели крыло описывается безразмерными параметрами:

```
\lambda = 4l^2/S – удлинение (A или AR - международное обозначение);
```

 $\eta = b_0/b_{\varkappa}$  – сужение крыла ( $\lambda$  - международное обозначение);

 $C_y = F_y \ / (S \rho u^2/2) \ -$  коэффициент подъёмной силы (  $C_L$  — международное обозначение);

 $C_x = F_x \ / (S \ \rho u^2/2) \ - \$ коэффициент лобового сопротивления (  $C_D$ ), где l- длина консоли крыла;

S — площадь крыла;

 $b_0$  – длина корневой хорды крыла;

 $b_{\kappa}$  – длина концевой хорды крыла (международное обозначение  $b_{\kappa}$ );

 $F_{y}$  – подъемная сила,  $F_{x}$  – сила сопротивления;

ρ – плотность воздуха,

u – скорость.

Крыло полагается плоским и тонким.

По мере развития современных численных методов (Computer Fluide Dynamics, CFD) стало модным сводить работу по проектированию летательных аппаратов (ЛА) к серии численных расчетов во всем диапазоне проектных параметров, что вряд ли можно признать разумным. На этапе выбора основных параметров аэродинамической схемы и их оптимизации применение CFD методов требует чрезвычайно трудоемкой работы по подготовке 3D-моделей, разностных сеток, выбору модели турбулентности и теоретическому обоснованию постановки задачи. Непростой часто бывает и интерпретация результатов.

Аэродинамика крыльев малого удлинения носит преимущественно вихревой характер. Корректный расчет вихревой системы ЛА в рамках существующих СFD методов и её анализ требует значительных вычислительных ресурсов, сложных вихреразрешающих численных методов (Large Eddy Simulation, LES) [1], либо существенной доработки традиционных двухкомпонентных моделей турбулентности [2,3], в частности, учета большой кривизны линий тока в вихрях [4, 5]. Ожидается, что в полной мере эти проблемы могут быть разрешены не ранее конца текущего столетия, а первые опыты регулярного практического использования метода LES - не ранее 40-х годов XXI века [6].

Вопросы моделирования отрыва и вовсе не решены и требуют комбинации расчета пограничного слоя в ламинарной постановке с последующим моделированием перехода к турбулентному течению. К счастью, существуют простые и эффективные методы, которые прекрасно себя зарекомендовали как средство первого приближения на этапе концептуального аэродинамического проектирования ЛА.

Ниже рассматриваются численные методы аэродинамического анализа, появившиеся в результате развития классической теории крыла, а также конкретные методы выбора параметров несущей поверхности ЛА.

### 1 Численные методы, основанные на решении сингулярных уравнений

В классической теории Прандтля все выводы получены в рамках модели бесконечно тонкой плоской поверхности. Мы далее не будем полагать крыло тонким, рассмотрим общий подход и покажем, как можно свести задачу к расчету бесконечно тонких несущих поверхностей.

Для распределения возмущения скорости  $u_x$  вдоль хорды по всей поверхности крыла можно записать следующее выражение для случая безциркуляционного обтекания

$$\frac{u_x(x,y,0)}{u} = \frac{1}{2\pi} \int_0^b \int_{-l}^l \frac{dz(\overline{x})}{d\overline{x}} \frac{(x-\overline{x})d\overline{x}d\overline{y}}{\left[(x-\overline{x})^2 + (y-\overline{y})^2\right]^{3/2}},\tag{1}$$

где  $u_0$  — скорость невозмущенного потока, x — координата, направленная вдоль хорды, y — координата, направленная вдоль размаха крыла, z — координата, перпендикулярная поверхности, образованной хордами крыла. Именно такая система координат принята в большинстве иностранных работ. В СССР и России принято вдоль крыла располагать ось z, а перпендикулярно его поверхности ось y. Причина в том, что коэффициент подъемной силы у нас принято обозначать  $C_y$ , а за рубежом -  $C_L$ . Черточками в (1) обозначены переменные интегрирования.

Уравнение (1) может быть проинтегрировано точно для некоторых частных случаев, например, когда профили крыла образованы эллипсом. Теория Прандтля привела к развитию методов, основанных на решении сингулярных интегральных уравнений. В газодинамике потенциальных течений вводится три вида сингулярных особенностей. Это — вихрь, диполь и источник (см. рис. 1). Источник отвечает за эффект толщины, т.е. за распределение линий тока по поверхности. Вихри и диполи отвечают за циркуляцию и, соответственно, за нормальные нагрузки на поверхность, т.е. за подъемную силу.

Комбинируя сингулярные особенности в панели и распределяя эти панели по поверхности ЛА, можно добиться удовлетворительного описания обтекания ЛА потенциальным потоком. Уравнение (1) эквивалентно описанию поверхности крыла при помощи источников, откуда следует, что оно не может адекватно описывать течение у концов крыла, т.к. при этом появляется составляющая возмущения скорости  $u_y$ , направленная вдоль размаха крыла. В практике проектирования крыла обычно считается, что трехмерные концевые эффекты локализованы и оказывают влияние на расстоянии примерно равном половине хорды крыла от его конца.

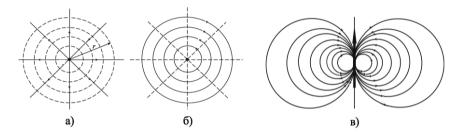


Рисунок 1 — Сингулярные особенности: а — источник, б — вихрь, в — диполь, r — расстояние до контрольной поверхности

Очевидно, существует проблема описания поверхности при помощи источников также и в окрестностях точек торможения. Её можно преодолеть в рамках линейной теории при помощи того факта, что циркуляция вектора скорости вокруг ненесущей поверхности должна быть равна нулю, следовательно, должны быть равны нулю все линейные интегралы скорости вдоль контура крыла, откуда следует

$$\frac{u_x(x,z)}{u_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{dz(x)}{dx}\right)^2}} \left(1 + \frac{1}{\pi} \int_0^1 \frac{dz(\overline{x})}{d\overline{x}} \frac{d\overline{x}}{x - \overline{x}}\right). \tag{2}$$

В уравнении (2): z(x) — уравнение, описывающее форму профиля в сечении y. Соотношение (2) дает удовлетворительные результаты вплоть до относительной толщины профиля 20% [7].

Таким образом, используя систему (1-2), можно рассчитывать возмущение в потоке, которое вызывает толстое ненесущее крыло большого удлинения. Добавляя на поверхности ЛА особенности, создающие завихренность в потоке, можно получить уравнение, описывающее создание подъемной силы [1,8]

$$\frac{u_z(x,y)}{u_{_{\infty}}} = \frac{1}{8\pi} \frac{\partial}{\partial y} \iint_{S} \frac{\Delta p(\overline{x},\overline{y})}{y - \overline{y}} \left[ 1 + \frac{\sqrt{(x - \overline{x})^2 + (y - \overline{y})^2}}{x - \overline{x}} \right] d\overline{x} d\overline{y} , \qquad (3)$$

где  $\Delta p(x,y)$  — подъемная сила, действующая в точке крыла с заданными координатами (x, y). Решая систему сингулярных интегральных уравнений (2-3), можно рассчитать подъемную силу и сопротивление ЛА, обтекаемого идеальной несжимаемой жидкостью.

#### 2 Панельные методы

Для решения подобных задач были разработаны панельные методы, относящиеся к численным методам, но в отличие от CFD, в них дискретизация производится не во всем объеме течения, а только на поверхности ЛА, которая покрывается четырехугольными панелями с сингулярными элементами (источники, диполи, вихри) внутри (рис. 2).

Наиболее последовательное изложение теории панельных методов в хронологической последовательности их развития дано Катцом (Katz) [9]. В панельных методах поток около ЛА считается потенциальным за исключением вихревых следов, точки (линии) схода которых задаются при постановке задачи расчета.

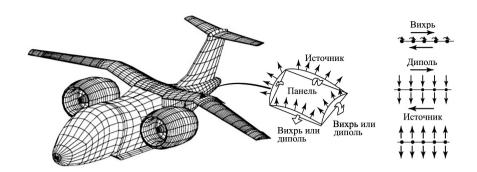


Рисунок 2 – Дискретизация задачи в панельном методе

Поскольку из теоремы Гельмгольца следует, что у замкнутого вихря напряженность  $\gamma$  постоянная, то такой замкнутый вихрь, стороны которого совпадают со сторонами панели, будет генерировать точно такое же поле скоростей, что и диполи [10] (рис. 3-б).

Следовательно, описание поверхности ЛА при помощи диполей и кольцевых вихрей равноценно (рис. 3-а).

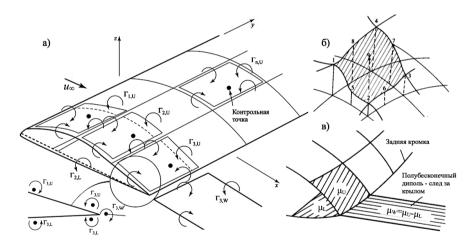
Рисунок 3 — Эквивалентность описания поверхности ЛА (а) системой диполей с интенсивностями  $\mu(s,l)$  или системой вихревых нитей интенсивностью  $\gamma(s,l)$ , где s,l — естественная система координат, заданная на поверхности,  $\mathbf{n}$  — вектор нормали к поверхности, эквивалентность поля скоростей, индуцированного кольцевым вихрем и диполем (б)

Единственное принципиальное отличие вихревых панельных методов (VPM) от дипольного панельного метода состоит в способе моделирования вихревой пелены, которая в первом случае задается П-образным полубеско-

нечным вихрем (рис. 4-а), а во втором – полубесконечным диполем (рис. 4-в). Кроме этого, в VPM панели могут быть только плоскими (причины пояснены ниже).

В дипольном панельном методе панели могут быть плоскими или образованными поверхностями второго или третьего порядка (рис. 4-б). В последнем случае панельные методы называются методами повышенного порядка точности.

Если каждая сторона панели задается тремя точками, в которых определены не только координаты, но и производные, а распределение интенсивности диполей задается непрерывной функцией (сплайном) второго или третьего порядка, то вместо 4 параметров вихревого кольца задается 8 параметров.



Индексы: U – верхняя поверхность крыла, L – нижняя поверхность крыла, W-вихревая пелена.  $\Gamma$  – циркуляция вихря,  $\mu$  – интенсивность диполя

Рисунок 4 — Моделирование поверхности крыла и вихревой пелены в вихревом панельном методе VPN (a) и в панельном методе с описанием поверхности крыла конечными элементами высокого порядка (б) и имитацией вихревой пелены полубесконечными диполями (в)

Такая разновидность панельных методов получила название потенциального метода конечных элементов.

М.А.Головкиным был развит альтернативный весьма строгий метод решения сингулярных уравнений, основанный на моделировании поверхности ЛА и вихревого следа тангенциальными разрывами [11].

#### 3 Особенности численной реализации панельных методов

При всей похожести и даже эквивалентности теории, источниковые (SPM) и дипольные панельные методы, потенциальные методы конечных элементов и вихревые панельные методы существенно отличаются по численной реализации.

Все разновидности панельных методов, использующих различные аэродинамические особенности, помещаемые на поверхности ЛА, сводятся к решению уравнений Фредгольма II рода, наиболее полные сведения по которым и методам их решений в приложении к различным задачам математической физики приведены в монографии И.К.Лифанова [12].

При переходе от интегральных сингулярных уравнений к их дискретным аналогам получается система линейных уравнений [13], которая для устойчивости решения должна быть хорошо обусловлена.

Однако в VPM это возможно только, если панели образованы отрезками прямых линий. Методы с использованием криволинейных вихрей приводят к плохообусловленным системам нелинейных уравнений.

Накладываются и определенные ограничения на расположение панелей. Одна из групп вихрей должна быть ориентирована преимущественно вдоль линий тока. Размеры другой группы должны быть одинаковыми. Нарушение этих правил приводит к плохой сходимости метода [14].

У источниковых/дипольных панельных методов и потенциальных методов конечных элементов таких ограничений нет. В 1985 г. Маргосоном

(Margason) было выполнено сравнение результатов расчета стреловидного крыла с профилями NACA 64A010/64A112 с экспериментом [15]. Все методы показали очень близкие результаты в линейной области, когда обтекание крыла безотрывное (рис. 5).

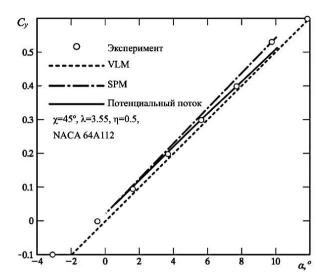


Рисунок 5 — Сравнение расчетов обтекания профиля NACA 64A112 методом вихревых решеток VLM (Vortex Lattice Method), панельным источниковым методом SPM (Source Panel Method), аналитическим методом в рамках модели потенциального течения с данными эксперимента

На рис. 6 приведено сравнение результатов расчетов источниковым панельным методом с результатами эксперимента Эббота (Abbott) и Бангассера (Bangasser).

В области отрывных течений отличия результатов расчетов методом источников от эксперимента оказалось большим. Именно поэтому, панельные методы и вытеснены СFD методами и считаются устаревшими. В то же время, метод дискретных вихрей (МДВ) так же хорошо работает в области линейной теории, как и панельные методы, но при этом позволяет рассчитывать и обтекание крыльев на больших углах атаки, поэтому вихре-

вые методы являются актуальным инструментом для исследования отрывных течений, особенно на стадии параметрической оптимизации или фундаментальных исследований вихрей и вихревых генераторов.

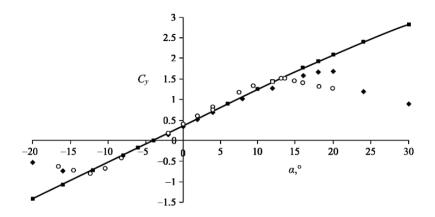


Рисунок 6 – Сравнение результатов расчета длинного прямого крыла с профилем NACA 4412 с экспериментами ○ – Эббота [16] и ◆ – Бангассера [17], ■ – расчет методом дискретных вихрей по схеме безотрывного обтекания передней кромки и сходом вихревой пелены с задних кромок, сплошная линия - метод линейной теории несущей поверхности Прандтля

## 4 Метод дискретных вихрей для тонких трехмерных поверхностей

На этапе концептуального аэродинамического проектирования стоит задача оценки основных аэродинамических коэффициентов. При этом достаточно, чтобы эти зависимости воспроизводились качественно верно с точностью на уровне 10-15%.

Если несущая поверхность ЛА не слишком толстая, то, как следует из теории, её подъемная сила зависит практически полностью от кривизны профиля, а его толщину можно игнорировать [18]

$$C_{y} = 2\pi(1 + 0.77c)\sin(\alpha + 2f),$$
 (4)

где c — относительная толщина профиля, f — относительная кривизна (прогиб) профиля, отнесенные к хорде b.

Таким образом, подъемная сила полностью может моделироваться системой присоединенных вихрей, расположенных на бесконечно тонкой срединной поверхности (рис. 7-б), а не на самой поверхности (рис. 7-а).

В общем случае несущая поверхность имеет конечную толщину и обтекается вязким потоком, что приводит к образованию пограничного слоя (рис. 8-а). Пограничный слой можно заменить системой дискретных вихрей  $\gamma$ , распределенных по поверхности s, с завихренностью, равной соответствующей завихренности пограничного слоя  $\omega$  (рис. 8-а).

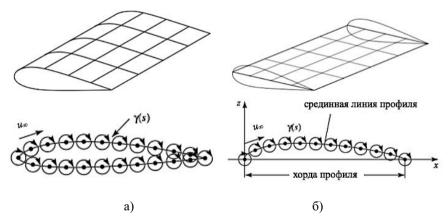


Рисунок 7 — Моделирование толстого крыла при помощи системы вихрей  $\gamma$ , расположенных на его поверхности s (a), а также на тонкой срединной поверхности (б)

Кривизну срединной поверхности можно моделировать переменной интенсивностью вихрей, расположенных вдоль хорды (рис. 8-б).

Таким образом, для тонких трехмерных поверхностей, составленных из профилей, имеющих небольшую толщину и кривизну, допустима замена плоскими поверхностями [19].

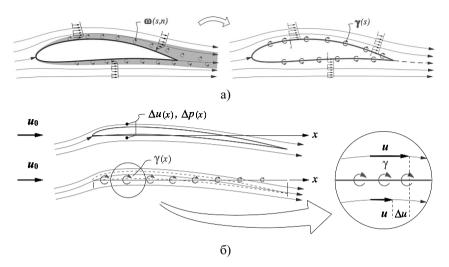


Рисунок 8 — Имитация реального профиля крыла конечной толщины (a), обтекаемого вязким потоком с пограничным слоем с локальной завихренностью  $\omega(s,n)$ , системой дискретных вихрей  $\gamma(s)$ , присоединенных к его поверхности s, и переход к идеализированной схеме с имитацией кривизны профиля изменением интенсивности  $\gamma(x)$  присоединенных вихрей

Метод вихревых решеток VLM (Vortex Lattice Method), разработанный Фэлкнером (Falkner) [20], позволяет рассчитывать плоские тонкие крылья и может быть использован с учетом идей, представленных на рис. 8, для оценки обтекания тонких крыльев с небольшой кривизной.

С некоторой натяжкой можно учитывать геометрическую крутку крыла, задавая разные углы атаки в различных сечениях крыла.

Реальные ЛА имеют угол поперечного V установки крыла, отогнутые законцовки крыла (winglets), горизонтальное и вертикальное оперение, объемный фюзеляж, механизацию крыла. Все это необходимо как-то учитывать уже на стадии параметрического анализа.

Следующим за методом Фэлкнера приближением является идея расположить подковообразные вихри на поверхности или срединной линии крыла в несколько рядов (рис. 9).

Очевидно, что это позволяет учесть кривизну крыла (рис. 9-а) и моделировать трехмерную поверхность сходящей с его задней кромки вихревой пелены (рис. 9-б).

Вихревая пелена может моделироваться замкнутыми вихрями (рис. 9в), а не полубесконечными, как показано на рис. 9-а.

Касательная к поверхности пелены параллельна местным векторам скорости на задней кромке, что математически строго доказано в работе  $\Gamma$ оловкина M.A [21].

Для учета влияния пелены на обтекание крыла необходимо вводить время t, стартовый вихрь и длину пелены (не более 500 хорд крыла).

МДВ для тонкой несущей поверхности в полной трехмерной нестационарной постановке, позволяющей учитывать, в том числе, и отклонение механизации крыла, описан в монографии Белоцерковского С.М. и Ништа М.И. [22].

Поскольку в такой задаче появляется масштаб времени t, то можно учитывать и вращение крыла вокруг осей x, y, z на углы  $\phi, \theta, \psi$ .

Исходные уравнения косых П-образных и замкнутых вихрей с произвольным количеством угловых точек приведены в Приложении «Справочник дискретных вихрей» к более поздней монографии Белоцерковского С.М. и др. [23]. Там же даны полные системы уравнений для всех актуальных задач МДВ в нелинейной и нестационарной постановке, а также наиболее полная библиография.

Как показано в работе [24], вследствие экспоненциального нарастания скорости при приближении к оси вихря, системы уравнений МДВ для нестационарного случая имеют сильные особенности, связанные со сближением свободных вихрей в процессе расчета.

Способы преодоления этих вычислительных трудностей, устойчивость и сходимость МДВ исследованы в работах [25, 26].

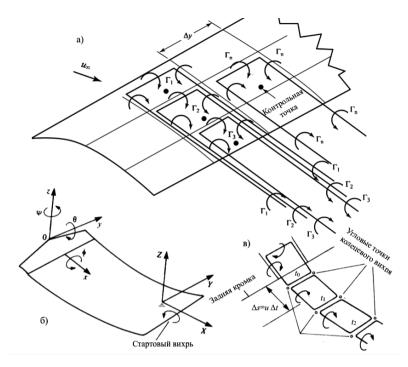


Рисунок 9 — Формулировка метода дискретных вихрей, позволяющая учесть кривизну несущей поверхности (a) за счет размещения на её срединной поверхности П-образных присоединенных вихрей с циркуляцией  $\Gamma$ , для нестационарного случая (б) замена пелены замкнутыми вихрями с размером стороны  $\Delta s = u \Delta t$ , где  $\Delta t$  — шаг по времени, позволяет учесть вращение по осям x, y, z и трехмерную форму вихревой пелены (в)

МДВ отлично отработан методически и хорошо теоретически обоснован для задач, в которых известно, с каких кромок сходит вихревая пелена, а также в тех случаях, когда отрыв с кромок является полностью развитым.

Даже при совсем небольшом количестве вихревых панелей на крыле течение моделируется с достаточной точностью. В большинстве случаев бывает достаточно 2-4 вихрей по хорде профиля и 15-20 по полуразмаху крыла [27], что просто несоизмеримо с числом разностных ячеек в СFD методах. На рис. 10,11 показаны результаты расчета методом дискретных вихрей треугольного крыла в сравнении с данными эксперимента [28].

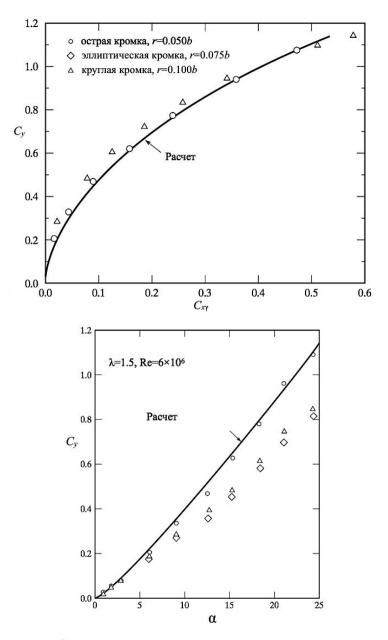


Рисунок 10 — Сравнение результатов расчетов треугольного крыла методом дискретных вихрей (4 вихря по хорде, 15 вихрей по полуразмаху крыла) с экспериментом Бертло (Bartlett G.E.) и Видаля (Vidal R.J.)

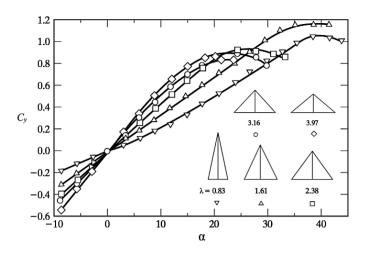


Рисунок 11 — Экспериментальные данные [29] Шлихтинга (Schlichting) и Тракенбродта (Truckenbrodt) по зависимости коэффициента подъемной силы от угла атаки в град. для крыла со скругленной кромкой.  ${\rm Re}=7{\rm x}10^5,$  радиус скругления передней кромки r=0.12b

Видно, что в случае острых передних кромок, когда имеет место полностью развитый отрыв потока с них, совпадение результатов очень хорошее. Для тупых передних кромок отличие существенное, т.к. степень реализации вихревой составляющей подъемной силы уменьшается, зато сильнее проявляется подсасывающая сила, что снижает индуктивное сопротивление (рис. 11). Эти вопросы подробнее рассмотрены ниже в разделе, посвященном отрыву потока на передней кромке.

# 5 Применение теоремы обратимости для исследования эффективности деформации срединной поверхности и отклонения механизации крыла

В современной авиации активно применяются крылья с деформированной срединной поверхностью, гибкие аэроупругие крылья, крылья с адаптивной механизаций, у которых носки и закрылки отклоняются не только на взлете и посадке, но и на всем протяжении полета в зависимости

от режима. В процессе создания Ту-144 и сверхзвуковых самолетов второго поколения (Ту-244 и Ту-444) изучалась возможность оснащения крыла отклоняемым в полете носком. Результаты превзошли все ожидания. Аэродинамическое качество увеличилось на 2 единицы, как на дозвуковых скоростях, так и на сверхзвуковых.

Исследование законов деформации срединной линии и её влияния на обтекание крыла представляют для CFD исключительно трудоемкую задачу, поскольку для каждого нового закона деформации срединной линии или каждого нового угла отклонения механизации крыла каждый раз нужно строить новую модель расчетной области и генерировать новую сетку. В интегрированной среде современных CFD пакетов, например, Ansys Workbench, в ряде случаев удается построить итерационную процедуру для решения сопряженных задач аэроупругости. При этом последовательно рассчитывается напряженно-деформированное состояние крыла, а сетка перестраивается автоматически.

Затем выполняется аэродинамический расчет и расчет нагрузок на крыло. Механизацию же крыла приходится исследовать почти всегда вручную. К счастью, в пределах линейной теории существует удобный инструмент, позволяющий на несколько порядков сократить трудозатраты исследователя. Речь идет о теореме обратимости [30], которая устанавливает связь аэродинамических коэффициентов крыла в основном (прямом) потоке и обратном ему. Под обратным понимается поток, в котором вектор скорости противоположен исходному. Теорема обратимости доказана для всех практически важных случаев, включая движение вблизи экрана, кольцевого крыла и полиплана, гармонических колебаний крыла и т.п.

В работе Белоцерковского С.М. [31] приведено доказательство теоремы и подробно изложена методика её применения для исследования деформированного состояния крыла и эффективности его механизации.

Кроме того, даны исходные уравнения МДВ и обширный фактический материал с результатами расчетов прямоугольных, стреловидных и треугольных крыльев и зависимостей их основных аэродинамических коэффициентов от удлинения крыла, угла стреловидности по передней кромке и числа Маха. Несмотря на то, что монография вышла более 50 лет назад, она может служить хорошим справочником.

Рассмотрим кратко аппарат теоремы обратимости. Обозначим символом + параметры прямого потока, а - параметры обратного потока. Тогда для соответствующих потенциалов возмущений  $\Phi$  можно записать

$$(1 - \mathbf{M}_{\infty}^{2}) \frac{\partial^{2} \mathbf{\Phi}_{+}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} \mathbf{\Phi}_{+}}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2} \mathbf{\Phi}_{+}}{\partial z^{2}} = 0,$$

$$(1 - \mathbf{M}_{\infty}^{2}) \frac{\partial^{2} \mathbf{\Phi}_{-}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} \mathbf{\Phi}_{-}}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2} \mathbf{\Phi}_{-}}{\partial z^{2}} = 0,$$

$$(5)$$

где  ${\rm M}_{\infty}$  – число Маха невозмущенного течения. Из (5) и уравнения Бернулли следуют соотношения для возмущенных давлений p' на верхней поверхности крыла

$$p'_{+} = \rho_{\infty} u_0 \frac{\partial \Phi_{+}}{\partial x}, \quad p'_{-} = \rho_{\infty} u_0 \frac{\partial \Phi_{-}}{\partial x}.$$

Теорема обратимости устанавливает интегральную связь между возмущенными давлениями на верхней и нижней поверхности крыла или, что тоже самое, между их разностью и скосами потока в прямом и обратном потоке

$$\iint_{S} \Delta p_{+} u_{y-} dS = \iint_{S} \Delta p_{-} u_{y-} dS. \tag{6}$$

Важным следствием (6) является то, что при вращательном движении крыла все его производные в прямом и обратном потоке оказываются связанными

$$c_{y+}^{\alpha} = c_{y-}^{\alpha}, \quad m_{x+}^{\omega_x} = m_{x-}^{\omega_x}, \quad m_{z+}^{\omega_z} = m_{z-}^{\omega_z}, \quad m_{z+}^{\alpha} = c_{y-}^{\omega_z}, \quad m_{z-}^{\alpha} = c_{y+}^{\omega_z} \quad . \tag{7}$$

В уравнении (7) верхний индекс означает частную производную по соответствующему параметру, m — момент относительно соответствующей оси, обозначенной нижним индексом (x, y, z),  $\omega$  - угловая скорость вращения, верхний индекс  $\alpha$  означает производную по углу атаки.

Часто нет необходимости вычислять детальное распределение давления по крылу, а достаточно знать суммарный эффект от отклонения механизации или деформации крыла.

Пусть крыло описывается локальными координатами  $\eta = \Delta f(\xi,\zeta)$ , где  $\eta = y/b, \quad \xi = x/b, \quad \zeta = z/b, \; \Delta$ -малый параметр, который задает деформацию крыла или отклонение его механизации. Тогда в точке с координатами  $\xi_0$ ,  $\xi_0$  с учетом малости производных по  $\xi$  кривизну крыла можно описать следующим образом

$$\cos(\mathbf{n}, x) = -\Delta \frac{\partial f}{\partial \xi_0}, \quad \cos(\mathbf{n}, y) = 1, \quad \cos(\mathbf{n}, z) = -\Delta \frac{\partial f}{\partial \zeta_0}. \tag{8}$$

Производная по  $\zeta$  в (8), вообще говоря, не обязательно должна быть малой, т.е. все последующие выводы справедливы и для крыльев с винглетами, крестообразных и кольцевых крыльев.

Для зависимости аэродинамических коэффициентов от параметра деформации  $\Delta$  можно записать

$$c_{y} = c_{y}^{\alpha} \alpha + c_{y}^{\omega_{z}} \omega_{z} + c_{y}^{\Delta} \Delta, \quad m_{x} = m_{x}^{\omega_{z}} \omega_{x} + m_{x}^{\Delta} \Delta,$$

$$m_{z} = m_{z}^{\alpha} \alpha + m_{z}^{\omega_{z}} \omega_{z} + m_{z}^{\Delta} \Delta.$$
(9)

Тогда из теоремы обратимости (6) и следствий (7) из неё следует, что при любом законе деформации крыла или отклонении органов управления суммарные аэродинамические характеристики деформированного крыла определяются простым интегрированием, если известны нагрузки на исходном жестком крыле в обратном потоке

$$c_{y+}^{\Delta} = \frac{1}{S} \iint_{S} \left( \frac{\partial p}{\partial \alpha} \right)_{-} \left( \frac{\partial f}{\partial \xi_{0}} \right)_{+} dS, \quad m_{x+}^{\Delta} = \frac{1}{S} \iint_{S} \left( \frac{\partial p}{\partial \omega_{x}} \right)_{-} \left( \frac{\partial f}{\partial \xi_{0}} \right)_{+} dS,$$

$$m_{z+}^{\Delta} = \frac{1}{S} \iint_{S} \left( \frac{\partial p}{\partial \omega_{z}} \right)_{-} \left( \frac{\partial f}{\partial \xi_{0}} \right)_{+} dS.$$
(10)

Интегрирование ведется только по тем областям, где имеет место деформация, например, по отклоненным закрылкам. В любом случае, в (10) форма поверхности основного крыла  $f(\xi, \zeta)$  и частные производные по  $\xi$  считаются известными. Для того, чтобы вычислить интегралы в (10) необходимо знать распределение по обратному плоскому крылу частных производных от давления, которые через интенсивность присоединенного вихревого слоя выражаются так

$$\frac{\partial p}{\partial \alpha} = 2\gamma_z^{\alpha}, \quad \frac{\partial p}{\partial \omega_x} = 2\gamma_z^{\omega_x}, \quad \frac{\partial p}{\partial \omega_z} = 2\gamma_z^{\omega_z}. \tag{11}$$

В уравнениях (11) верхний индекс, как и раньше, означает частную производную по соответствующему параметру. Если на жестком крыле в обратном потоке циркуляции присоединенных вихрей вычислены, то в произвольной точке такого крыла интенсивность присоединенного вихревого слоя и, соответственно, производные в правых частях уравнения (11) в каждом сечении крыла  $z_k = \text{const}$  с хордой  $b_k$  и координатой передней кромки  $x_*$  могут быть вычислены аппроксимацией кубическими многочленами

$$\gamma_z^{\alpha} = \sum_{r=1}^3 \frac{a_r (1-t)^r}{\sqrt{t}}, \quad t = \frac{x_* - x}{b_b}.$$
 (12)

Коэффициенты  $a_r$  в (12) находятся из решения системы трех линейных уравнений

$$\begin{split} \frac{4}{3} a_1 + \frac{16}{15} a_2 + \frac{32}{35} a_3 &= \frac{1}{N} \frac{1}{2b_k} \sum_{m=1}^n \frac{\partial \Gamma_m}{\partial \alpha}, \\ \frac{4}{15} a_1 + \frac{16}{105} a_2 + \frac{32}{315} a_3 &= \frac{1}{N} \frac{1}{2b_k} \sum_{m=1}^n \frac{\partial \Gamma_m}{\partial \alpha} t_m, \ t_m &= \frac{m-3/4}{n}, \\ \frac{4}{15} a_1 + \frac{16}{315} a_2 + \frac{32}{1115} a_3 &= \frac{1}{N} \frac{1}{2b_k} \sum_{m=1}^n \frac{\partial \Gamma_m}{\partial \alpha} t_m^2. \end{split}$$
(13)

В уравнениях (13) N — число вихрей по размаху крыла, n — число вихрей по хорде в k — ом сечении крыла. Для других производных  $\partial \gamma_z/\partial \omega_z$  и  $\partial \gamma_z/\partial \omega_x$ , в системе уравнений (13), соответственно, нужно заменить в правой части производные  $\partial \Gamma/\partial \alpha$  на  $\partial \Gamma/\partial \omega_z$  и  $\partial \Gamma/\partial \omega_x$ .

Общий алгоритм оптимизации следующий. Сначала для заданных режимов полета (крейсерский режим, маневр, набор высоты и т.п.) выполняется расчет плоского крыла в прямом и обратном потоке.

Затем задаются семейства деформаций (в частном случае - законов отклонения механизации) крыла и ищется оптимальная деформация.

#### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Изложенные методы расчета крыльев, основанные на решении сингулярных уравнений, являются простыми и эффективными. На этапе выбора аэродинамической схемы и её оптимизации толстое крыло малого удлинения может быть с успехом заменено бесконечно тонкой поверхностью, форму и радиус скругления передней кромки которой можно изучать отдельно. Деформация крыла, отклонение механизации крыла могут быть учтены при помощи теоремы обратимости и не требуют выполнения отдельных расчетов.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Волков К.Н., Емельянов В.Н. Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений. М.:ФИЗМАТЛИТ, 2008. 368 с. ISBN 978-5-9221-0920-8.
- 2 S.A. Isaev, P.A. Baranov, N.A. Kudryavtsev, D.A. Lisenko, A.E. Usachov, Complex analysis of turbulence models, algorithms, and grid structures at the computation of recirculating flow in a cavity by means of VP2/3 and FLUENT packages. Part. 1. Scheme Factors Influence, Thermophysics and Aeromechanics. 12 (2005) 549–569.
- 3 P.A. Baranov, S.V. Guvernyuk, S.A. Isaev, A.G.Soudakov, A.E. Usachov, Simulation of periodical structures in the airfoil wake, TsAGI Science Journal. 45 (2014) 273–292.
- 4 S.A. Isaev, P.A. Baranov, Yu.V. Zhukova, A.E. Usachov, V.B. Kharchenko, Correction of the shear-stress-transfer model with account of the curvature of streamlines in calculating separated flows of an incompressible viscous fluid, J. Engineering Physics and Thermophysics. 87 (2014) 1002–1015.
- 5 F.R. Menter, M. Kuntz, R. Langtry, Ten years of industrial experience with the SST turbulence model, Turbulence, in: Heat and Mass Transfer 4, Ed. K. Hajalic, Y.Nogano, M.Tummers, Begell House, Inc. 2003.
- 6 Spalart P. R. "Strategies for turbulence modeling and simulations", Int. J. Heat Fluid Flow, 2000, v. 21. c. 252-263.
- 7 Кюхеман Д. Аэродинамическое проектирование самолетов. Пер. с анг./ Пер. Н.А.Благовещенский, Г.И.Майкапара. М.:Машиностроение, 1983,-656 с.
- 8 Flax A.H., Lawrence H.R. The aerodynamics of low-aspect- ratio wings and wing-body combinations // Proc. 3rd Anglo- American Aeron. Conf. 1951. V. 363.
- 9 Katz, J., and Plotkin, A., Low Speed Aerodynamics, 2nd ed., Cambridge Univ. Press, New York, 2001, pp. 167–183, 206–535.
- 10 Белоцерковский С. М. Кольцевой вихрь при неустановившемся движении. ПММ XIX. 1955, вып.2.
- 15 Головкин М. А. Метод решения задачи об отрывном обтекании идеальной несжимаемой жидкостью произвольна движущегося трехмерного тела, —Ученые записки ЦАГИ, 1977, т. 8, № 2.

- 12 Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент (в математической физике, аэродинамике, теории упругости и дифракции волн).-М.:TOO «Янус», 1995.-520 с.
- 13 Белоцерковский С. М. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях. М.:Наука, 1985.
- 14 Воробьев Н.В., Шишкина Г.И. К вопросу о выборе дискретной вихревой схемы крыла. В кн: Задачи обтекания тел пространственной конфигурации. Новосибирск: изд. ИТПМ СО АН СССР, 1978.
- 15 Margason RJ, Kjelgaard SO, Sellers WL, Morris CEK, Walkey KB, Shields EW. 1985. Subsonic panel methods—a comparison of several production codes. Presented at AIAA Aerosp. Sci. Meet., 23rd, AIAA Pap. 85–0280, Reno, NV.
- 16 Abbott IH, von Doenhoff AE. 1949. Theory of Wing Sections. New York: Dover.
- 17 Bangasser, C. T., "An Investigation of Ground Effect on Airfoils Using a Panel Method," Masters Thesis, University of Tennessee Space Institute, August 1993.
  - 18 Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. М.:Наука, 1976.
- 19 Drela M. Flight Vehicle Aerodynamics. The MIT Press. Cambridge, Massachusetts London, England. 279 p. ISBN 978-0-262-52644-9.
- 20 Falkner V.M. The solution of lifting-plane problems by vortex- lattice theory // ARC Report and Memoranda. 1953. N 2591.
- 21 Головкин М.А. Метод расчета обтекания тел произвольным (вихревым нестационарным) потоком идеальной несжимаемой жидкости //Ученые записки ЦАГИ, т.XVII, № 6, 1986.
- 22 Белоцерковский С.М., Ништ М.И. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью. М.:Наука, 1978., 352 с.
- 23 Аубакиров Т.О., Белоцерковский С.М., Желанников А.И., Ништ М.И. Нелинейная теория крыла и её приложения. Алматы: Галым, 1977, 448.
- 24 Головкин М.А., Головкин В.А., Калявкин В.М. Вопросы вихревой гидромеханики.-М.:ФИЗМАТЛИТ, 2009.-264 с.
- 25 Белоцерковский С.М., Лифанов И.К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях и их применение в аэродинамике, электродинамике, теории упругости. М.:Наука, 1978, 256 с.

- 26 Белоцерковский С.М., Котовский В.Н., Ништ М.И., Федоров Р.М. Математическое моделирование плоскопараллельного отрывного обтекания тел. М.: Наука, 1988.
- 27 Белоцерковский С.М., Скрипач Б.К., Табачников В.Г. Крыло в нестационарном потоке газа. М.: Наука, 1971. 768 с.
- 28 Bartlett G.E., Vidal R.J. Experimental investigations of influence of edge shape on the aerodynamic characteristics of low aspect ratio wings at low speeds // Journal of the Aeronautical Sciences. 1955. V. 22. P. 517–533. doi: 10.2514/8.3391.
- 29 Schlichting H, Truckenbrodt E. 1969. Aerodynamik des Flugzeuges. Berlin: Spring-Verlag Sivells JC. 1947. Experimental and calculated characteristics of three wings of NACA 64- 210 and 65-210 airfoil sections with and without washout. NACA Tech. Note 1422.
- 30 Flax A.H. Reverce flow and variational theorems for lifting-surface in nonstationary compressible flow. YAS, №2, 1953.
- 31 Белоцерковский С.М. Тонкая несущая поверхность в дозвуковом потоке газа. М.: Наука, 1965. 244 с.

# ЛЕКЦИЯ 10. ВИХРЕВАЯ АЭРОДИНАМИКА КРЫЛА МАЛОГО УДЛИНЕНИЯ

# СОДЕРЖАНИЕ

Введение	249
1 О влиянии профилирования передней кромки и толщины профиля личину вихревой подъемной силы и посасывающей силы	
2 Влияние скругления передней кромки и числа Рейнольдса на подса ющую силу	
3 Разрушение вихрей	264
Заключение	269
Литература	271

## ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

МДВ – метод дискретных вихрей.

CFD – разностные методы газовой динамики (Computer Fluide Dynamics).

SWT – линейная теория крыла малого удлинения (Slender Wing Theories).

#### **ВВЕДЕНИЕ**

В настоящей лекции изучаются вопросы влияния формы передней кромки на величину вихревой подъемной силы и подсасывающей силы крыла. Традиционная вихревая теория крыла Прандтля удовлетворительно работает для прямых и умеренно стреловидных крыльев большого удлинения. Удлинение  $\lambda$  должно быть больше 7, а угол стреловидности  $\gamma$  меньше  $10^{\circ}$ . Пля стреловидных крыльев с тупой передней кромкой и λ<2 разработана теория SWT - Slender Wing Theories [1], которая является вариантом теории Прандтля, только примененный не к продольным профилям крыла, а к поперечным. Для промежуточных значений  $\lambda$  предложены полуэмпирические формулы Хелмболда - Кюхемана [2], позволяющие выполнять расчеты в диапазоне  $\lambda = 1 \div 7$ . Сами методики описаны в лекциях 5 и 6. Теория SWT применима только при безотрывном обтекании и отвечает за образование потенциальной составляющей подъёмной силы. Эксперименты показали, что у крыльев с острой передней кромкой отрыв возникает уже при очень небольших углах атаки и подъемная сила существенно больше, чем предсказывает SWT теория.

Смит [3] ввел понятие вихревой подъемной силы, а Полхамус предложил методику её расчета [4], основанную на аналогии с возникновением подсасывающей силы на передней кромке крыла. Методика достаточно точно предсказывала зависимость коэффициента подъемной силы  $C_y$  от угла атаки, но начиная с некоторого угла атаки давала завышенные результаты.

Как показали эксперименты, причина заключалась в явлении, получившем название «взрыв» вихря. Если точка «взрыва» вихря располагалась над поверхностью крыла, методика переставала работать. Сопротивление крыла существенно зависит от величины подсасывающей силы, которая в свою очередь определяется удлинением, углом стреловидности передней кромки и формой передней кромки.

# 1 О влиянии профилирования передней кромки и толщины профиля на величину вихревой подъемной силы и посасывающей силы

Метод дискретных вихрей (МДВ) позволяет рассчитать потенциальное безотрывное обтекание несущей поверхности или отрывное обтекание, в случае, когда заданы поверхности отрыва. На рис. 1 показан расчет тонкого крыла малого удлинения с острыми передними кромками, с которых сходят мощные вихри. Видно, что в вихрях скорость потока почти в два раза выше, чем, в среднем, над крылом. В вихрях создается сильное разрежение.

Подъемная сила, создаваемая такими вихрями, может быть сопоставима по величине с подъемной силой, создаваемой потенциальным течением. Для полной реализации вихревой составляющей подъемной силы, как известно, передние кромки должны быть острыми, а угол стреловидности крыла большим. С другой стороны, обтекание тупой скругленной передней кромки вызывает образование подсасывающей аэродинамической силы, направленной вперед - вверх. Причем, чем меньше радиус скругления, тем больше разрежение на передней кромке и тем выше подсасывающая сила.

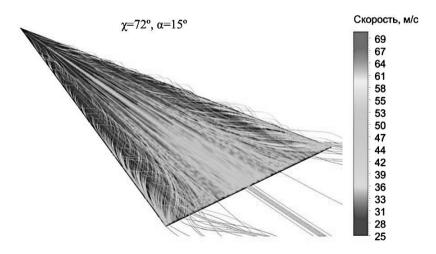
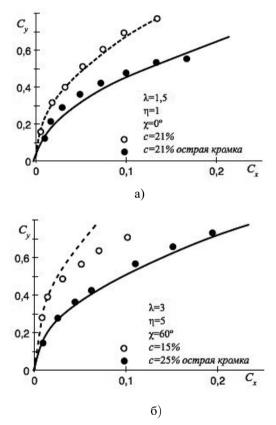


Рисунок 1 — Полностью развитые вихри на острых передних кромках,  $u_{\!\scriptscriptstyle \infty} = 50 \,\, \mathrm{m/c}$ 

Таким образом, возникает вопрос – в каких случаях кромку делать острой, а в каких тупой. И если кромка тупая, то какой должен быть радиус скругления.

На рисунке 2 показаны расчеты крыльев в двух постановках задачи: с отрывом от передней кромки (сплошная линия) и без отрыва (пунктирная линия). Приведено сравнение с экспериментальными данными.



а) сравнение толстых прямых крыльев с острой и тупой кромкой,

б) сравнение треугольных крыльев с тупой кромкой различного радиуса закругления

Рисунок 2 — Сравнение результатов расчетов плоских крыльев МДВ при полностью развитом отрыве с передних кромок (—) и отсутствии отрыва (- - -) с результатами эксперимента [5]

На рис. 2-а рассмотрены результаты для прямоугольного толстого крыла малого удлинения. Эксперименты показывают, что экспериментальная поляра для крыла с тупой кромкой соответствует случают полностью потенциального обтекания тонкой пластины.

Заостренная кромка приводит к ликвидации подсасывающей силы и экспериментальные данные соответствуют результатам расчета тонкой пластины с отрывом потока от передней кромки. Таким образом, можно сделать вывод, что толщина крыла не влияет существенно на результаты расчета МДВ, а форма кромки влияет и весьма существенно.

На рис. 2-б приведены результаты для стреловидного крыла малого удлинения с различной толщиной профиля, тупой и острой кромкой.

Для крыла с острой кромкой результаты расчета с полностью развитым отрывом с передней кромки совпадают с данными эксперимента.

Более тонкое крыло с тупой кромкой имеет большую подъемную силу и меньшее индуктивное сопротивление за счет более полной реализации подсасывающей силы.

При малых углах атаки результаты расчета такого крыла по потенциальной модели без отрыва потока хорошо совпадают с данными эксперимента. При увеличении угла атаки на поверхности крыла начинается срыв потока, что приводит к расхождению экспериментальных данных и результатов расчета по потенциальной модели.

Как видно из результатов, представленных на рис.2-б, определяющим является форма передней кромки крыла, а не толщина профиля.

Это позволяет использовать для расчетов МДВ тонкие несущие поверхности, что серьезно упрощает постановку задачу расчета. Однако, для получения корректных результатов необходимо учитывать форму передней кромки крыла.

На рисунке 3 показаны результаты расчета тонких крыльев с передними кромками, имеющими малый радиус кривизны, в сравнении с экспери-

ментом. Видно (рис. 3-а), что крыло умеренного удлинения и с умеренной стреловидностью имеет более высокое значение подъемной силы и меньшее индуктивное сопротивление, чем крыло малого удлинения с большим углом стреловидности (рис. 3-б).

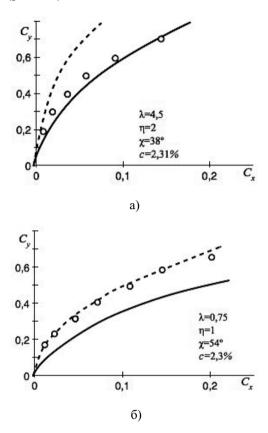


Рисунок 3 — Сравнение результатов расчетов МДВ подъемной силы тонкого крыла умеренного (а) и малого (б) удлинения, при полностью развитом отрыве с передних кромок (—) и отсутствии отрыва (- - -) с результатами экспериментов  $\circ$ 

В первом случае данные экспериментов хорошо совпадают с результатами расчетов по модели с отрывом потока, а во втором случае - с результатами расчетов по потенциальной модели, хотя отрыв потока с передней

кромки имеет место в обоих случаях. Это говорит о подобии вихревой и посасывающей силы. При отрывном обтекании крыла малого удлинения на поверхности крыла в районе передней кромки образуется отрывной пузырь, который ограничен линиями отрыва с передней кромки и последующего присоединения линий тока к поверхности крыла.

Внешнее потенциальное течение обтекает вихревой пузырь, как толстую скругленную переднюю кромку. В результате получается эффект, аналогичный возникновению подсасывающей силы, но имеющий вихревую природу. Для расчета крыльев малого удлинения хорошо подтверждается экспериментально формула Полхамуса

$$\begin{split} C_{_y} &= K_{_p} \sin \alpha \cos^2 \alpha + K_{_{\gamma}} \sin^2 \alpha \cos \alpha, \quad C_{_x} &= C_{_{xf}} + K_{_p} \sin^2 \alpha \cos \alpha + K_{_{\gamma}} \sin^3 \alpha, \\ K_{_p} &= C_{_{xp}}^{\alpha} = 2\pi \text{ tg } (90\text{-}\chi), \end{split} \tag{1}$$

где  $K_p$  – коэффициент равный производной от  $C_y$  по  $\alpha$  в потенциальном потоке,  $K_\gamma$  – коэффициент вихревой подъемной силы.

Формула (1) учитывает, что углы атаки  $\alpha$  необязательно должны быть малыми. Для малых углов атаки, при разложении (1) в ряд по  $\alpha$  до третьего порядка малости получим

$$\frac{C_y}{K_p} = \alpha + \frac{K_\gamma}{K_p} \alpha^2 - \frac{7}{6} \alpha^3. \tag{2}$$

Если в (2)  $10\,\alpha < K_p/K_\gamma$ , т.е. вклад вихревой подъемной силы намного меньше потенциальной, то зависимость можно считать линейной  $C_y = K_p\alpha$ , т.е. работает линейная теория. Если  $K_p/K_\gamma < 10$ , то зависимость (2) полностью нелинейна. Для треугольного крыла с прямой задней кромкой можно считать, что  $K_\gamma \approx \pi$ . Тогда в рамках модели Полхамуса имеет место приближенная формула

$$\frac{K_{\gamma}}{K_{p}} = \frac{\pi}{C_{yp}^{\alpha}} \operatorname{tg} \alpha \approx \frac{2}{\lambda} \operatorname{tg} \alpha. \tag{3}$$

Таким образом, в уравнении (1) можно положить

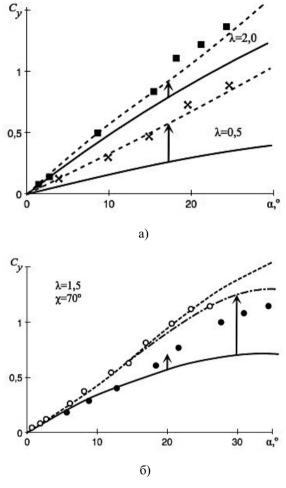
$$K_{\gamma} = 2K_p \operatorname{tg} \alpha/\lambda. \tag{4}$$

Модель Полхамуса справедлива для тех случаев, когда «взрыв» вихрей происходит за задней кромкой, т.е. она не может предсказывать максимальное значение вихревой составляющей подъемной силы. Формула (4) показывает, что доля вихревой составляющей подъемной силы с увеличением угла атаки  $\alpha$  увеличивается.

На рис. 4 приведено сравнение результатов расчетов по потенциальной модели (сплошные линии), по формулам (1, 3) и МДВ по модели с полностью развитым отрывом с передней кромки (штрихпунктирная линия) с результатами экспериментов для острой и тупой передней кромки.

Таким образом, для треугольных крыльев малого и умеренного удлинения с острыми передними кромками модель Полхамуса и формулы (14 - 16) можно использовать в достаточно широком диапазоне углов атаки (до 20-25°) до тех пор, пока точка «взрыва» вихря располагается за задней кромкой (явление взрыва вихря рассмотрено ниже). В этом диапазоне нет необходимости выполнять численные расчеты.

На рис. 5 приведено сравнение результатов расчетов МДВ треугольных крыльев с острыми кромками с результатами экспериментов в аэродинамической трубе. Видно, что зависимости  $C_y(\alpha)$  имеют до трех характерных участков: участок роста  $(\partial C_y/\partial \alpha > 0)$ , когда действуют формулы (1, 3), участок, когда точка «взрыва» вихря расположена над крылом  $(\partial C_y/\partial \alpha < 0)$ , и участок, когда точка «взрыва» вихря достигает передней кромки и имеет место срыв потока с передней кромки с неупорядочным, хаотическим вихревым движением (участок кривой правее точки излома).



(—) — расчет в рамках потенциальной модели без отрыва потока с передней кромки; ( — — ) — расчет по формулам 1, 3 с учетом вихревой составляющей подъемной силы; ( — • — ) — расчет методом дискретных вихрей при отрыве потока с передней кромки;

a - ■, × – экспериментальные данные [6];

б – ° - острая передняя кромка, ● - тупая передняя кромка, экспериментальные данные ЦАГИ [7]

Рисунок 4 — Сравнение результатов расчета треугольного крыла с экспериментальными данными, стрелками показано увеличение подъемной силы за счет вихревой составляющей

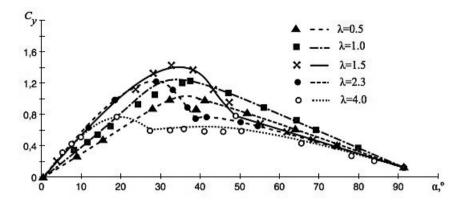


Рисунок 5 — Сравнение результатов расчетов МДВ тонкого крыла с острыми передними кромками в сравнении с экспериментами ЦАГИ,  $\mathbf{Re} = 10^6$ 

При умеренном удлинении крыла на восходящем участке  $C_y$  больше, чем у крыла с малым удлинением, но  $C_{y\,\mathrm{max}}$  наступает раньше. У крыльев с малым удлинением  $C_y$  нарастает с увеличением угла атаки медленнее, но сама ветвь длиннее.

Имеет место оптимальное значение удлинения  $\lambda = 1 \div 2$  и угла стреловидности  $\chi = 65 \div 75^{\circ}$ , при которых достигается максимум  $C_{y \, \text{max}} = 1.3 \div 1.4$ .

# 2 Влияние скругления передней кромки и числа Рейнольдса на подсасывающую силу

В предыдущей лекции подробно рассказано о механизмах возникновения, так называемой, подсасывающей силы. Эта сила уменьшает индуктивное сопротивление. Степень её реализации принято обозначать безразмерным коэффициентом S (suck) или, реже,  $K_q$ . S зависит от характера обтекания передней кромки крыла, формы крыла в плане, деформации срединной поверхности крыла.

Поскольку подсасывающая сила является важным фактором улучшения летных данных самолета, ей были посвящены обширные эксперимен-

тальные исследования, в частности, вопросам корректного перенесения результатов продувок аэродинамических моделей на натурные условия, поскольку в условиях реального полета число Рейнольдса  ${\bf Re}$  имеет порядок  $10^7 \div 10^8$ , при испытаниях в аэродинамических трубах реализуются более низкие значения числа  ${\bf Re}$  порядка  $10^3 \div 10^4$ . В ходе исследований изучалась зависимость S от числе  ${\bf Re}$  вычисленного по радиусу  $r_{\perp}$  скругления носика профиля, взятого перпендикулярно передней кромке

$$\mathbf{Re}_c = r_1 u \cos \chi / \mathbf{v}, \tag{5}$$

где  $\nu$  — кинематическая вязкость газа, т.е. с уменьшением радиуса носика профиля число Рейнольдса уменьшается. Аналогичные исследования в середине 60-х годов XX века проводил Хендерсон [8], на работы которого ссылаются во многих более поздних статьях.

На рис. 6 представлены результаты Хендерсона.

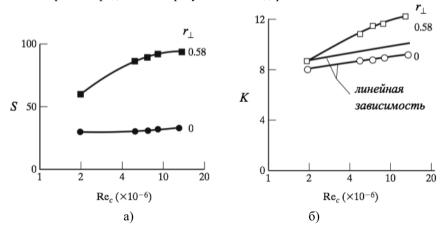


Рисунок 6 — Зависимость степени реализации подсасывающей силы S (a) и аэродинамического качества K (б) от числа Рейнольдса  $\mathbf{Re}_c$ , вычисленного по радиусу носика профиля  $r_{\perp}$ , и от радиуса носика профиля  $r_{\perp}$ . Удлинения крыла  $\lambda=2$ , угол стреловидности передней кромки  $\chi=67^{\circ}$ , радиус  $r_{\perp}$  дан в долях % от хорды профиля b, число Маха  $\mathbf{M}<0.3$ 

Они демонстрируют, что затупление передней кромки увеличивает степень реализации подсасывающей силы и аэродинамическое качество крыла, причем это преимущество увеличивается с ростом числа **Re**.

На рис. 7 – 9 приведены результаты расчетов обтекания треугольных крыльев с различным радиусом скругления передней кромки.

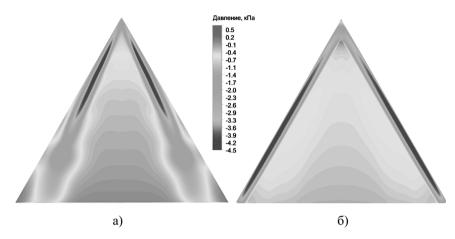


Рисунок 7 — Сравнение результатов расчета плоского тонкого треугольного крыла с передней кромкой в виде цилиндра с углом стреловидности передней кромки  $60^{\circ}$ , и радиусом  $r_{\perp}=10$  мм (a) и 50 мм (б), размах крыла 1 м, при угле атаки  $15^{\circ}$ , идеальный газ,  $u_{\infty}=50$  м/с.

Видно, что при радиусе 50 мм, когда обтекание передней кромки еще является полностью безотрывным, на поверхности цилиндра имеется область сильного разрежения вдоль всей передней кромки. Равнодействующая этой силы направлена вперед-вверх.

Механизм её возникновения следующий. Поскольку в данном случае точка торможения расположена ниже носика профиля, то поток, обтекая цилиндрическую кромку, сильно разгоняется. При меньшем радиусе поток отрывается с поверхности цилиндра, при этом образуется слабый вихрь, который разрушается над крылом (рис. 9).

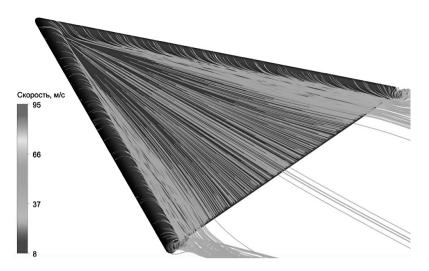


Рисунок 8 — Безотрывное обтекание крыла с диаметром присоединенного к передней кромке цилиндра  $r_{\perp}=50$  мм, углом стреловидности передней кромки  $\chi=60^{\circ}$ , размах крыла l=1 м, угол атаки  $\alpha=15^{\circ}$ , идеальный газ. u=50 м/с

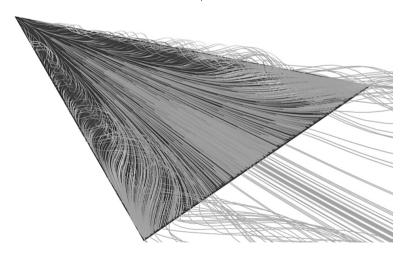


Рисунок 9 — Обтекание крыла с присоединенным к передней кромке цилиндром  $r_{\perp}=10$  мм, углом стреловидности передней кромки  $\chi=60^{\circ}$ , размах крыла l=1 м, угол атаки  $\alpha=15^{\circ}$ ,  $u_{\infty}=50$  м/с

Вопросы разрушения вихря обсуждаются ниже.

Обширные исследования влияния формы передней кромки были проведены в США в 90-е годы в связи с отработкой аэродинамики гиперзвуковых и воздушно-космических многоразовых ЛА. Как известно, из-за требований теплозащиты передние кромки крыла многоразовых кораблей приходится выполнять тупыми. Среди всех работ стоит выделить два отчета NASA [9, 10], в которых приведены наиболее полные сведения по крыльям малого удлинения и влиянию формы кромки на индуктивное сопротивление и подъемную силу, часть результатов представлена на рис.10.

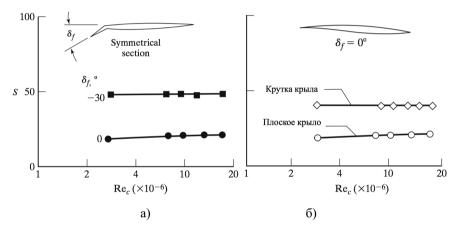


Рисунок 10 — Экспериментальные исследования влияния отклонения носка крыла (a) и геометрической крутки крыла (б) на степень реализации подсасывающей силы S, угол стреловидности  $\chi = 74^{\circ}$ ,  $\lambda = 2.5$ 

Если профиль изогнут таким образом, что точка торможения находится в носике профиля (при заданном угле атаки), то в этом случае скругленная передняя кромка подсасывающей силы не создает.

Можно отогнуть переднюю кромку вниз так, что появится аэродинамическая сила, направленная вперед (рис. 10-а). Влияет на S и коническая крутка крыла (рис. 10-б). Это объясняется тем, что у крыла с большим углом стреловидности по передней кромке поперечное распределение давления по крылу таково, что  $C_y(z)$  увеличивается к концевым сечениям крыла и профиль нужно разворачивать на меньший  $\alpha$ .

Применяя коническую крутку крыла, а также отклонение носка у крыльев с тонким профилем, можно значительно увеличить аэродинамическое качество как на дозвуковых, так и на сверхзвуковых скоростях. На рис. 11 приведено сравнение аэродинамического качества моделей Ту-144 и сверхзвукового самолета второго поколения (СПС-2). Видно, что у СПС-2 вполне приемлемые характеристики при  $\mathbf{M}=0.8\text{-}0.9$ , достаточные для экономичного преодоления разгонного участка, когда полет выполняется над районам, где переход на сверхзвуковые скорости запрещен.

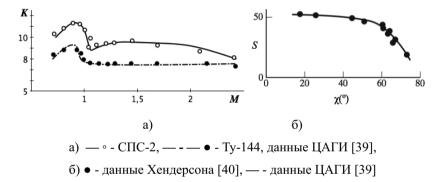


Рисунок 11- Влияние отклонения носка крыла и геометрической крутки крыла на аэродинамическое качество сверхзвуковых самолетов (а) и угла стреловидности острой передней кромки крыла  $\chi$  на степень реализации подсасывающей силы S (б)

Понятно, что угол отклонения носка крыла  $\delta f$  требует выполнения оптимизации по скорости полета и углу атаки. При уменьшении  $r_{\perp}$  подсасывающая сила S не падает до нуля, т.е. даже тонкое крыло с острой кромкой создает некоторую подсасывающую силу, которая уменьшается с увеличением угла стреловидности (рис. 11-б) при заданной длине крыла.

Напомним физический смысл этого явления. В лекции 6 было показано, что у крыла малого удлинения с острой кромкой к передней кромке присоединен дискретный вихрь, который моделирует скачок давления  $\Delta p$  между верхней и нижней поверхностью крыла на передней кромке. Именно этот вихрь создает аэродинамическую силу, направленную вперед, вдоль хорды крыла.

Когда мы моделируем крыло, как в работах Белоцерковского С.М., совокупностью косых П-образных вихрей, корневой вихрь которого ориентирован по передней кромке крыла, то при отрыве потока от передней кромки дискретный вихрь считается уже свободным.

Таким образом, модель Белоцерковского С.М. позволяет моделировать два крайних случая, когда отрыв потока имеет место, а подсасывающая сила отсутствует, а также когда отрыва нет, а присоединенный к кромке дискретный вихрь создает подсасывающую силу.

В работе Воробьева Н.Ф. [11] для моделирования течения в окрестности острой передней кромки используется более аккуратная модель с Г-образным вихрем. Показано, что при возникновении отрыва на кромке происходит ветвление i-той вихревой нити с интенсивностью  $\Gamma_i$ , перпендикулярной потоку, на присоединенный к кромке дискретный вихрь с интенсивностью  $\Gamma_{\tau i}$  и на свободный дискретный вихрь вихревой пелены  $\Gamma_{\tau i}$ , нормальный кромке крыла. Интенсивности этих вихрей связаны между собой и зависят от угла стреловидности крыла. Тогда степень реализации подсасывающей силы и вихревой силы связаны соотношениями

$$K_V = 1 - \sin(90 - \chi), \quad S = \sin(90 - \chi).$$
 (6)

Соотношения (6) объясняют столь сложный характер зависимости силы сопротивления и подъемной силы крыльев малого удлинения с острыми кромками от  $\alpha$  и  $\chi$ .

#### 3 Разрушение вихрей

Модель Полхамуса позволяет рассчитывать крылья малого удлинения с острыми кромками, при условии, что разрушение вихрей происходит за задней кромкой крыла, а не над ним. С помощью стандартного МДВ можно с успехом рассчитывать неустойчивость вихревой пелены, но их диссипацию и разрушение априори рассчитать в рамках модели идеального газа невозможно. Для этого необходимы методы, учитывающие как перенос вихрей, так и их диффузию. Возникает вопрос - влияет ли диффузия вихрей на их разрушение?

Рассмотрим процессы, которые происходят при «взрыве» вихря. На рис. 12 приведены результаты расчета обтекания треугольного крыла с острыми кромками в условиях, когда разрушение вихря происходит над поверхностью крыла.

Место «взрыва» вихря хорошо заметно на поле давления по внезапно расширяющимся зеленым полосам низкого давления. Пропадают пики разрежения, заметные по темно-синим полосам на поверхности крыла. Поперечные размеры вихрей резко увеличиваются, а скорость внутри них падает (рис. 12).

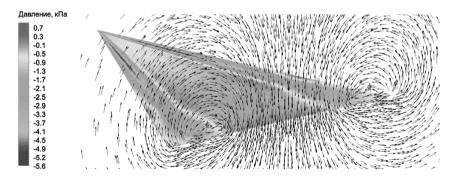


Рисунок 12 — Результаты расчета треугольного тонкого крыла с острой передней кромкой, с углом стреловидности передней кромки  $60^{\circ}$ , угол стреловидности  $15^{\circ}$ ,  $u_{\infty} = 50$  м/с

Рассмотрим механизм, приводящий к разрушению вихрей. Поток отрывается от передней кромки, а затем присоединяется повторно к поверхности крыла. При этом происходит вторичный отрыв потока и образование вторичного вихря, хорошо заметного в сечениях вихревого течения на фрагментах а) и б) рис. 13. Ядра вихрей заметны по ярко красным областям с высокими скоростями.

Ниже по течению происходит объединение двух вихрей в вихревой ансамбль (рис. 13-в), что приводит к образованию между вихрями области с большим противодавлением и более низкой, чем в ядрах вихрей, скоростью (зеленые области на рис. 13-в). Вихревой ансамбль становится неустойчивым, скорость резко падает и происходит распад крупных вихрей на множество мелких, которые визуально воспринимаются, как «взрыв» вихря с переходом от упорядоченного движения к диффузному.

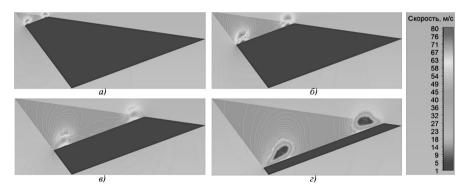


Рисунок 13 – Стадии «взрыва» вихрей. на треугольном крыле с острой кромкой, угол атаки  $15^{\rm o}$ , угол стреловидности по передней кромке  $60^{\rm o}$ ,  $u_\infty=50~{\rm m/c}$ 

На рис.14 все сечения вихрей приведены вместе. В последнем сечении, ближайшем к задней кромке, хорошо видно, насколько резко увеличиваются габариты вихревой системы и как сильно уменьшается скорость.

В результате разрежение на поверхности крыла уменьшается, подъемная сила уменьшается.

Обратите внимание, что полученная в расчетах в рамках модели идеального газа (рис.  $7,\ 8,\ 13,\ 14$ ) картина течения полностью соответствует схемам в экспериментах.

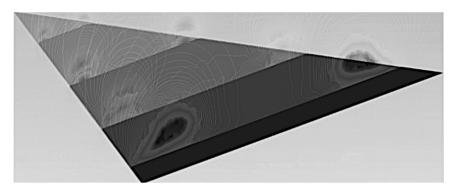


Рисунок 14 – «Взрыв» вихрей на треугольном крыле с острой кромкой, угол атаки  $15^{\circ}$ , угол стреловидности по передней кромке  $60^{\circ}$ ,  $u_{\infty}$  = 50 м/с

Общепринято считать, что у вихря имеется вязкое ядро, которое вращается как твердое тело, а вне этого ядра поток остается потенциальным. Такая модель вихря получила название вихрь Рэнкина (рис. 15).

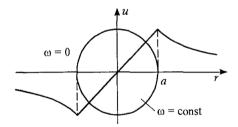
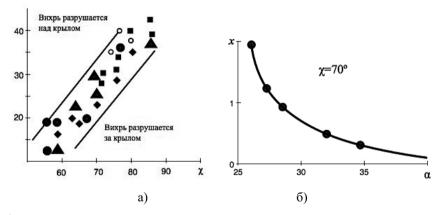


Рисунок 15 — Вихрь Рэнкина с ядром радиуса a, вращающимся с угловой скоростью  $\omega$  как твердое тело. Внутри ядра скорость u увеличивается от центра к границе ядра линейно, а затем спадает экспоненциально

Можно было бы высказать предположение, что разрушение вихря происходит из-за диссипации вязкого ядра и слияния нескольких ядер в одно с распадом на более мелкие вихри, как это предполагалось в монографии

[12]. Однако, многочисленные и весьма тонкие эксперименты позволили однозначно установить, что положение точки «взрыва» вихря не зависит от числа **Re**, а определяется целиком интенсивностью вихря и продольным градиентом давления [13, 14]. Такие же результаты получены авторами при расчетах МДВ, СFD методом в рамках модели идеального, а также LES методом. Чем менее интенсивный вихрь и чем больше градиент увеличения давления по хорде крыла, тем раньше разрушается вихрь. Соответственно, увеличение угла атаки и уменьшение угла стреловидности крыла приводит к более раннему появлению точки разрушения вихря над крылом (рис. 16).

Как показали исследования ЦАГИ, между углом стреловидности и углом атаки, при которых вихрь выходит на заднюю кромку, существует простая линейная зависимость (рис. 16-а).



 а) связь угла атаки и угла стреловидности крыла, при которых точка «взрыва» вихрей выходит на заднюю кромку,

б) перемещение точки «взрыва» вихря от задней кромки (x = 1) к передней (x = 0) при увеличении угла атаки

Рисунок 16 — Экспериментальные данные по зависимости координат точки «взрыва» вихрей, угол стреловидности по передней кромке  $60^{\rm o}$ , относительная толщина пластины 1.14%, радиус скругления кромки — 0.0057 хор-

Головкин М.А. [15] в ЦАГИ также проводил детальные исследования треугольных крыльев с визуализацией вихрей (рис. 17).

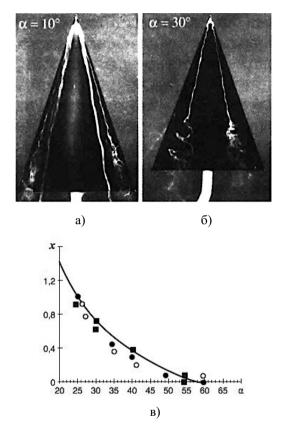


Рисунок 17 — Зависимость координат точек «взрыва» вихря от угла атаки на треугольном крыле с углом стреловидности по передней кромке:  $\blacksquare$ , • - данные Головкин М.А,  $\circ$  - данные [16];  $\mathbf{Re} = 0.85 \div 4.25 * 10^4$ 

Наблюдения показали, что «взрыв» вихря иногда имеет пузырьковую природу (рис. 17-а), а иногда спиральную. В некоторых случаях они наблюдались одновременно (рис. 17-б). Сравнение численных данных авторов курса лекций с ранними исследованиями ЦАГИ (рис. 16-б) и результатами других авторов (рис. 17-в) подтвердили характер зависимости координаты точки «взрыва» вихря от угла атаки.

Исследования механизма разрушения вихрей [17] показали, что всегда сначала возникает вихревой пузырь, внутри которого образуется спиралевидный жгут, который начинается развиваться и приводит к спиралевидной стадии разрушения (рис.18). Моделирование в рамках модели идеального газа позволяют воспроизвести этот эффект.

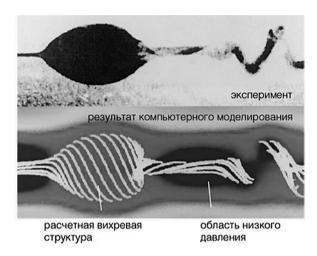


Рисунок 18 – Пузырьковая модель «взрыва» вихря [18]

#### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Изложенные методы расчета крыльев, основанные на решении сингулярных уравнений, являются простыми и эффективными.

Для расчета крыльев малого удлинения с острой кромкой с успехом можно использовать модель Полхамуса до тех пор, пока точка взрыва вихря располагается за задней кромкой. В этом случае нет необходимости выполнять численный расчет. Разрушение вихря представляет собой сложное явление. Однако для координаты точки разрушения существуют надежные экспериментальные данные, а само разрушение успешно рассчитываться в рамках модели идеального газа. Кроме того, расчеты и эксперименты демонстрируют, что координаты точки взрыва вихря практические не зависят

от числа Рейнольдса. Важным фактором является подсасывающая сила. Необходимо учитывать, что эта сила присутствует даже в случае острой передней кромки у крыла малого удлинения. При этом вихревая составляющая подъемной силы и подсасывающая сила зависят от угла стреловидности по передней кромке.

Стреловидные крылья с умеренным углом стреловидности должны иметь тщательно спрофилированную тупую переднюю кромку. Передние наплывы крыла и крылья малого удлинения с большим углом стреловидности должны иметь острые передние кромки.

Аэродинамическое качество и величина подсасывающей силы существенно зависят от числа Рейнольдса, что нужно учитывать при переносе данных с аэродинамических моделей на натурные условия.

Исследование поведения крыла на нештатных режимах со срывом потока с верхней поверхности требуют либо полного расчета в рамках ламинарной вязкой модели среды, либо определения линии отрыва в рамках модели пограничного слоя. Существуют известные простые методы, позволяющие сравнительно надежно определять точку отрыва на верхней поверхности крыла, после чего для анализа можно использовать методику, приведенную в настоящей работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Jones R.T. Proprties of low-aspect ratio pointed wings at speeds below and above the speed of sound. NACA R 835, 1946.
- 2 D. Kuchemann (1952). A simple method for calculating the span and chordwise loading on straight and swept wings of any given aspect ratio at subsonic speeds. RAE R Aero 2476. 1952, ARC. R&M 2935, 1956.
- 3 Smith J.H.H. Theoretical work on the fomation of vortex sheets. PiAS 7, 35, 1966.
- 4 Polhamus, E. C., "A Concept for the Vortex Lift of Sharp-Edge Delta Wings Based on a Leading Edge Suction Analogy," NASA TN D-3767, (N67-13171) December 1966.
  - 5 Hansen M., Messungen an Krietrgflachen, Luftfahrtforschung, 1939.
- 6 E.C. Polhamus. A concept of the vortex lift of sharp-edge delta wings based on a leading-edge-suction analogy. Technical Note D-3767, NASA, Dec 1966.
- 7 Бюшгенс Г.С. Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов. М.: Физматлит, 1998. 793 с.
- 8 Henderson WP. 1966. Studies of various factors affecting drag due to lift at subsonic speeds. NASA Tech. Note D-3584.
- 9 Chu J., Luckring J.M.Experimental Surface Pressure Data Obtained on A65"Delta Wing Across Reynolds Number and Mach Number Ranges. Volume 3-Medium-Radius Leading Edge. NASA Technical Memorandum 4645. February 1996. pp.63.
- 10 Saltzman E.J., Wang K.C., Iliff K.W. Aerodynamic Assessment of Flight-Determined Subsonic Lift and Drag Characteristics of Seven Lifting-Body and Wing-Body Reentry Vehicle Configurations. NASA/TP-2002-209032. November 2002.
- 11 Воробьев Н.Ф. Аэродинамика несущих поверхностей в установившемся потоке. Новосибирск: Наука, 1985, 238 с.
- 12 С.М.Белоцерковский, А.С.Гиневский. Моделирование турбулентных струй и следов на основе метода дискретных вихрей. М.:Физматлит, 1995.-368 с.
- 13 Clapworthy G.J., Mangler K.W. The Behaviour of a Conical Vortex Sheet on a Slender Wing near the Leading Edge // ARC, R & M, 1977. №3790.
- 14 Erickson G.E. Water tunnel flow visualization insight into complex three dimensional flow fields // AIAA Paper, 1979. № 1530.

<sup>15</sup> Головкин М.А., Головкин В.А., Калякин В.М. Вопросы вихревой гидромеханики/Под ред. Головкин М.А.-М.:ФИЗМАТЛИТ. 2009.-264 с.

<sup>16</sup> Жук А.Н., Курьянов А.И., Столяров Г.И. Гистерезис нормальной силы крыла сложной формы в плане при неустановившемся движении//Ученые записки ЦАГИ, 1977. т.ХІІ, №5.

<sup>17</sup> Эгон К. Многоликие вихри. Наука из первых рук, том 12, №6. [Электронный ресурс] - Режим доступа: https://scfh.ru/papers/mnogolikie-vikhri/, свободный. Яз. рус. (Дата обращения 16.12.2017).

<sup>18</sup> Многоликие вихри. http://scfh.ru/papers/mnogolikie-vikhri/.

## Уважаемые читатели!



#### Издательство «Спутник+» предлагает:

- (от 50 жалын и печать монографий, книг любыми тиражами (от 50 жкз.).
  - ✓ Срок от 3-х дней в полноцветной и простой обложке или твердом переплете.
  - ✓ Присвоение ISBN, рассылка по библиотекам и регистрация в Книжной палате.
  - ✓ Оказываем помощь в реализации книжной продукции.
- **ПУБЛИКАЦИЯ НАУЧНЫХ СТАТЕЙ** для защиты диссертаций в журналах по гуманитарным, естественным и техническим наукам. √ Журнал «Естественные и технические науки» входит в перечень ВАК.
- **ПРОВЕЛЕНИЕ МЕЖЛУНАРОЛНЫХ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАОЧНЫХ** КОНФЕРЕНЦИЙ по всем научным направлениям для аспирантов, соискателей, докторантов и научных работников.
- □ ПУБЛИКАЦИЯ СТИХОВ И ПРОЗЫ в журналах «Российская литература», «Литературный альманах «Спутник» и «Литературная столица».
- + Набор, верстка, корректура и редактура текстов.
- → Печать авторефератов, переплет диссертаций (от 1 часа).
- Переплетные работы, тиснение, полноцветная цифровая печать.

Наш адрес: Москва, 109428, Рязанский проспект, д. 8 А тел. (495) 730-47-74, 778-45-60, 730-48-71 с 9 до 18 (обед с 14 до 15) e-mail: print@sputnikplus.ru http://www.sputnikplus.ru

## Vчебное издание

Булат Павел Викторович, Дудников Сергей Юрьевич, Кузнецов Павел Николаевич

# ОСНОВЫ АЭРОДИНАМИКИ БЕСПИЛОТНЫХ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ

#### Учебное пособие

Издательство «Спутник +» 109428, Москва, Рязанский проспект, д. 8А. Тел.: (495) 730-47-74, 778-45-60 (с 9.00 до 18.00) Подписано в печать 08.04.2021. Формат  $60 \times 90/16$ . Бумага офсетная. Усл. печ. л. 17,06. Тираж 40 экз. Заказ 124. Отпечатано в ООО «Издательство «Спутник +»